

# Tipps und Tricks für die Abschlussprüfung

---

Rechentipps und Lösungsstrategien mit Beispielen  
zu allen Prüfungsthemen (Hauptschule)

**Mathematik**  
Baden-Württemberg

---



## Vorwort:

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

die folgenden Kapitel möchten dir wertvolle Tipps und Tricks vermitteln, um die Prüfungsaufgaben in Mathematik möglichst erfolgreich bearbeiten zu können.

Jedes Kapitel beginnt mit den wichtigsten Regeln und Kenntnissen zum jeweiligen Thema. Diese Regeln und Kenntnisse solltest du unbedingt „draufhaben“ und möglichst auswendig wissen. Denn für den Pflichtteil A1 darfst du leider keine Formelsammlung benutzen.

Im Anschluss an jeden Regelkasten wird anhand einer typischen Prüfungsaufgabe Schritt für Schritt ein Lösungsweg vorgestellt. Die einzelnen Schritte sind dabei so ausführlich beschrieben, dass du den Lösungsweg sicher mühelos nachvollziehen kannst.

Zur besseren Orientierung dienen folgende Symbole:



Diese Regeln und Kenntnisse solltest du dir einprägen.



Die Glühbirne weist auf Tipps, wertvolle Rechentricks und typische Stolperfallen hin.



Das Blatt mit dem Stift markiert typische Aufgabenstellungen, wie sie in der Prüfung öfter vorkommen.



In den durch das Taschenrechner-Symbol gekennzeichneten Kästen stehen Tipps zum Umgang mit dem Taschenrechner.

## Inhaltsverzeichnis:

|                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------|----|
| <b>1. Rechnen mit Zahlen</b>                                          |    |
| 1.1. Schriftliche Multiplikation zweier ganzer Zahlen .....           | 4  |
| 1.2. Schriftliche Division von ganzen Zahlen .....                    | 5  |
| 1.3. Rechnen mit negativen Zahlen .....                               | 5  |
| 1.4. Zahlenreihen fortführen .....                                    | 7  |
| 1.5. Rechnen mit Dezimalzahlen .....                                  | 8  |
| 1.6. Überschlagsrechnung .....                                        | 9  |
| 1.7. Quadrieren und Wurzelziehen .....                                | 10 |
| 1.8. Rechnen mit Zehnerpotenzen .....                                 | 11 |
| <b>2. Bruchrechnung</b>                                               |    |
| 2.1. Brüche und ihre Bedeutung .....                                  | 14 |
| 2.2. Brüche kürzen und erweitern .....                                | 16 |
| 2.3. Gemischte Brüche und Brüche als Dezimalzahlen .....              | 17 |
| 2.4. Größenvergleich von Brüchen .....                                | 18 |
| 2.5. Addition und Subtraktion zweier Brüche .....                     | 19 |
| 2.6. Multiplikation und Division zweier Brüche .....                  | 20 |
| <b>3. Terme und Gleichungen</b>                                       |    |
| 3.1. Terme vereinfachen .....                                         | 21 |
| 3.2. Terme aufstellen .....                                           | 22 |
| 3.3. Gleichungen lösen .....                                          | 23 |
| <b>4. Prozentrechnung und Zinsrechnung</b>                            |    |
| 4.1. Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz berechnen .....           | 25 |
| 4.2. Der verringerte Grundwert .....                                  | 27 |
| 4.3. Geschachtelte Aufgaben der Prozentrechnung .....                 | 27 |
| 4.4. Zinsrechnung .....                                               | 28 |
| 4.5. Prozentsätze in Diagrammen .....                                 | 30 |
| <b>5. Größen und Winkel</b>                                           |    |
| 5.1. Längeneinheiten .....                                            | 32 |
| 5.2. Flächeneinheiten .....                                           | 33 |
| 5.3. Volumeneinheiten .....                                           | 33 |
| 5.4. Gewichte (Massen) .....                                          | 34 |
| 5.5. Zeiteinheiten .....                                              | 34 |
| 5.6. Uhrzeit und Zeitdauer .....                                      | 35 |
| 5.7. Winkel messen und zeichnen .....                                 | 36 |
| <b>6. Flächen und Körper</b>                                          |    |
| 6.1. Flächeninhalt und Umfang .....                                   | 38 |
| 6.2. Winkel in Dreiecken und Vierecken .....                          | 40 |
| 6.3. Dreieckskonstruktionen .....                                     | 41 |
| 6.4. Der Satz des Pythagoras .....                                    | 43 |
| 6.5. Volumen von Körpern .....                                        | 44 |
| 6.6. Schrägbilder von Quader und Dreiecksprismen .....                | 46 |
| <b>7. Funktionale Zusammenhänge</b>                                   |    |
| 7.1. Der Maßstab von Zeichnungen .....                                | 47 |
| 7.2. Dreisatzrechnung (proportional und umgekehrt proportional) ..... | 48 |
| 7.3. Grafische Darstellung von Zusammenhängen .....                   | 51 |
| <b>8. Daten und Wahrscheinlichkeit</b>                                |    |
| 8.1. Relative und absolute Häufigkeit .....                           | 54 |
| 8.2. Der Mittelwert (Durchschnitt) einer Datenreihe .....             | 54 |
| 8.3. Kombinationsmöglichkeiten .....                                  | 55 |
| 8.4. Wahrscheinlichkeiten berechnen .....                             | 57 |

# 1. Rechnen mit Zahlen

## 1.1. Schriftliche Multiplikation zweier ganzer Zahlen:

• Für die Prüfung solltest du das **kleine Einmaleins** fehlerfrei beherrschen. Falls du darin noch Mängel hast, kannst du dir unter <http://matheverlag.com/hauptschule> Einmaleins-Kärtchen herunterladen und ausdrucken. Mit diesen Kärtchen kannst du dann effektiv üben.

• **Produkte zwischen einer 2-stelligen und einer 1-stelligen Zahl** kannst du schnell berechnen, indem du die 2-stellige Zahl in ihre Zehner- und Einerstelle zerlegst. Zum Beispiel zerlegst du im Produkt  $36 \cdot 8$  zuerst 36 zu  $30 + 6$ . Anschließend multiplizierst du beide Zahlen mit dem einstelligen Faktor 8. Du erhältst:

$8 \cdot 30 = 240$  und  $8 \cdot 6 = 48$ . Das Ergebnis ist dann  $240 + 48 = 288$ .

(Selbstverständlich kannst du solche Produkte auch schriftlich so berechnen, wie ein Produkt zwischen zwei 2-stelligen Zahlen.)

• **Produkte zwischen zwei 2-stelligen Zahlen** solltest du schriftlich berechnen. Achte dabei darauf, dass du alle Ziffern sauber in die Kästchen schreibst (siehe Beispiel 3). Produkte zwischen 3-stelligen Zahlen kommen in der Prüfung so gut wie nie vor.

• Bei **Produkten zweier Zehnerzahlen** lässt du zuerst die Nullen weg. Anschließend fügst du die Nullen dem Ergebnis wieder an. Z.B.: Bei dem Produkt  $4000 \cdot 70$  rechnest du zuerst  $4 \cdot 7 = 28$ . Anschließend fügst du 4 Nullen an:  $4000 \cdot 70 = 280000$



← Tipp

**Beispiel 1:** Berechne die Produkte, indem du zuerst den zweistelligen Faktor zerlegst:

- a)  $21 \cdot 7$    b)  $65 \cdot 4$    c)  $57 \cdot 9$    d)  $73 \cdot 6$

**Lösung:**

a)  $21 \cdot 7 = (20 + 1) \cdot 7 = 20 \cdot 7 + 1 \cdot 7 = 140 + 7 = 147$

b)  $65 \cdot 4 = (60 + 5) \cdot 4 = 60 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = 240 + 20 = 260$

c)  $57 \cdot 9 = (50 + 7) \cdot 9 = 50 \cdot 9 + 7 \cdot 9 = 450 + 63 = 513$

d)  $73 \cdot 6 = (70 + 3) \cdot 6 = 70 \cdot 6 + 3 \cdot 6 = 420 + 18 = 438$

**Beispiel 2:** Berechne die Produkte:

- a)  $500 \cdot 40$    b)  $30\,000 \cdot 700$    c)  $600 \cdot 4000$    d)  $9\,000 \cdot 5000$

**Lösung:**

a)  $500 \cdot 40 = 20\,000$

b)  $30\,000 \cdot 700 = 21\,000\,000$

c)  $600 \cdot 4000 = 2\,400\,000$

d)  $9000 \cdot 5000 = 45\,000\,000$

**Beispiel 3:** Berechne die Produkte schriftlich: a)  $25 \cdot 31$    b)  $54 \cdot 43$

**Lösung:**

a)

|  |   |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|---|
|  |   |   |   |   |   |   |
|  | 2 | 5 | · | 3 | 1 |   |
|  |   |   |   | 7 | 5 |   |
|  | + |   |   | 2 | 5 |   |
|  |   |   |   | 7 | 7 | 5 |

**In Worten:**

**Erste Zeile:** 3 mal 5 = 15; schreibe 5, behalte 1.  
3 mal 2 = 6, addiere 1 zu 6 und schreibe 7.

**Zweite Zeile:** 1 mal 5 = 5, schreibe 5.

1 mal 2 = 2; schreibe 2.

b)

|  |  |   |   |   |   |   |
|--|--|---|---|---|---|---|
|  |  |   |   |   |   |   |
|  |  | 5 | 4 | · | 4 | 3 |
|  |  |   |   |   | 2 | 1 |
|  |  |   |   |   | 1 | 6 |
|  |  |   |   |   | 1 | 6 |
|  |  |   |   |   | 2 | 3 |
|  |  |   |   |   | 2 | 2 |

**In Worten:**

**Erste Zeile:** 4 mal 4 = 16; schreibe 6, behalte 1.  
4 mal 5 = 20, addiere 1 zu 20 und schreibe 21.

**Zweite Zeile:** 3 mal 4 = 12, schreibe 2, behalte 1.  
3 mal 5 = 15; addiere 1 zu 15 und schreibe 16.

## 1.2. Schriftliche Division von ganzen Zahlen:

Für den Prüfungsteil A1 solltest du die **schriftliche Division durch eine einstellige Zahl** beherrschen. Die Division durch zweistellige Zahlen wird so gut wie nie benötigt. In den Prüfungsteilen A2 und B kannst du Divisionen mit dem Taschenrechner durchführen. Das Beispiel zeigt dir, wie du die schriftliche Division sauber durchführst. Als Hilfestellung kannst du dir die Reihe des Teilers am Rand aufschreiben.



← **Merke**

### Beispiel 4:

Eine Lotto-Gemeinschaft aus 8 Personen hat 12548 € gewonnen. Wie viel Euro bekommt jede Person?

#### Lösung:

Man muss den Quotienten  $12548 : 8$  berechnen.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|   | 1 | 2 | 5 | 4 | 8 | : | 8 | = | 1 | 5 | 6 | 8 | 5 |  |
| - |   | 8 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|   |   | 4 | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| - |   | 4 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|   |   |   | 5 | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| - |   |   | 4 | 8 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|   |   |   |   | 6 | 8 |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| - |   |   |   | 6 | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |   | 4 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |  |
| - |   |   |   |   | 4 | 0 |   |   |   |   |   |   |   |  |
|   |   |   |   |   |   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |  |

#### Hinweis:

- Wenn in der Zahl links (= Dividend) alle Ziffern „aufgebraucht“ sind und der Quotient noch nicht aufgeht, musst du im Ergebnis ein Komma setzen und mit Nullen weiter rechnen (siehe rote „0“).
- Zur Hilfestellung kannst du dir die 8er-Reihe notieren:  
 $8 \rightarrow 16 \rightarrow 24 \rightarrow 32 \rightarrow 40 \rightarrow 48 \rightarrow 56 \rightarrow 64 \rightarrow 72$

**Ergebnis:** Es ist  $12548 : 8 = 1568,5$ . Jede Person der Lotto-Gemeinschaft bekommt also **1568,50 €**.

## 1.3. Rechnen mit negativen Zahlen:

- Das Ergebnis von **Rechenausdrücken** wie  $a + b$  und  $a - b$  (mit  $b > 0$ ) bestimmt man nach folgenden Regeln:

1. Das Ergebnis hat immer das **Vorzeichen**, das vor dem größeren Zahlzeichen steht. Steht in  $a \pm b$  vor  $a$  kein Vorzeichen, ist immer Plus gemeint.
2. Wenn vor beiden Zahlzeichen das **gleiche Vor- bzw. Rechenzeichen** steht, addiert man beide Zahlzeichen (siehe Beispiel 5d).
3. Wenn vor beiden Zahlzeichen **unterschiedliche Vor- bzw. Rechenzeichen** stehen, subtrahiert man vom größeren Zahlzeichen das kleinere (siehe Beispiele 5a), b) und c).

- **Klammerausdrücke** wie  $+(+a)$ ;  $+(-a)$ ;  $-(+a)$  und  $-(-a)$  werden nach folgender Regel aufgelöst:

$$\begin{aligned} +(+a) &= +a \\ -(-a) &= +a \\ +(-a) &= -a \\ -(+a) &= -a \end{aligned}$$

In Worten: Zwei gleiche Vorzeichen ergeben „Plus“; zwei unterschiedliche Vorzeichen ergeben „Minus“.



← **Merke**

### Beispiel 5:

Überlege dir zuerst, welches Vorzeichen das Ergebnis hat. Berechne dann den Betrag des Ergebnisses.

- a)  $+12 - 17$       b)  $-23 + 32$       c)  $-37 + 24$       d)  $-45 - 31$

**Lösung:**

- a) Das Ergebnis muss **negativ** sein, weil vor dem größeren Zahlzeichen (17) ein Minus steht. Weil vor beiden Zahlzeichen unterschiedliche Vorzeichen stehen, muss man  $17 - 12 = 5$  rechnen. Also ist:  $+12 - 17 = -5$
- b) Das Ergebnis muss **positiv** sein, weil vor dem größeren Zahlzeichen (32) ein Plus steht. Weil vor beiden Zahlzeichen unterschiedliche Vorzeichen stehen, muss man  $32 - 23 = 9$  rechnen. Also ist:  $-32 + 23 = +9$
- c) Das Ergebnis muss **negativ** sein, weil vor dem größeren Zahlzeichen (37) ein Minus steht. Weil vor beiden Zahlzeichen unterschiedliche Vorzeichen stehen, muss man  $37 - 24 = 13$  rechnen. Also ist:  $-37 + 24 = -13$
- d) Das Ergebnis muss **negativ** sein, weil vor beiden Zahlzeichen ein Minus steht. Weil vor beiden Zahlzeichen das gleiche Vorzeichen steht, muss man  $45 + 31 = 76$  rechnen. Also ist:  $-45 - 31 = -76$

**Beispiel 6:**

Löse zuerst die Klammern auf und berechne.

- a)  $+25 - (+8)$       b)  $-9 + (-14)$       c)  $32 - (-12)$       d)  $-17 + (+3)$

**Lösung:**

- a)  $+25 - (+8) = +25 - 8 = +17 = 17$       b)  $-9 + (-14) = -9 - 14 = -23$   
 c)  $32 - (-12) = +32 + 12 = +44 = 44$       d)  $-17 + (+3) = -17 + 3 = -14$

**Multiplikation und Division von negativen Zahlen:**

Man multipliziert zwei negative Zahlen miteinander, indem man ihre Beträge multipliziert und das Vorzeichen des Ergebnisses nach folgenden Regeln bestimmt:

1. **plus mal plus = plus**
2. **minus mal minus = plus**
3. **plus mal minus = minus**
4. **minus mal plus = minus**

Diese Vorzeichenregeln gelten auch für Divisionen.



← **Merke**

**Beispiel 7:**

Berechne das Ergebnis unter Beachtung der Vorzeichenregeln.

- a)  $+8 \cdot (-7)$       b)  $-4 \cdot (-15)$       c)  $-9 \cdot (+5)$   
 d)  $12 \cdot (-8)$       e)  $-32 : 8$       f)  $-72 : (-9)$

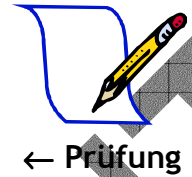
**Lösung:**

- a)  $+8 \cdot (-7) = -56$       b)  $-4 \cdot (-15) = +60$   
 c)  $-9 \cdot (+5) = -45$       d)  $12 \cdot (-8) = -96$   
 e)  $-32 : 8 = -4$       f)  $-72 : (-9) = +8$

Hinweis zu e): Es ist  $8 = +8$

### 1.4. Zahlenreihen fortführen:

Im Prüfungsteil A1 können Zahlenreihen vorkommen, die du fortführen sollst. Dazu solltest du dir folgenden Tipp merken: In diesen Zahlenreihen des Teils A1 wechseln sich immer **zwei Rechenoperationen** ab. Als mögliche Rechenoperationen kommen Plus (Addition), Minus (Subtraktion) und Mal (Multiplikation) in Frage (eine Division kommt so gut wie nie vor). Die beiden Beispiele zeigen dir, wie du dabei geschickt vorgehst.



#### Beispiel 8:

Die Zahlenreihe folgt einer bestimmten Regel. Ergänze die nächsten beiden Zahlen.

2   5   4   7   6   9     

#### Lösung:

- Betrachte zunächst nur die Sprünge zwischen der 1. und 2. Zahl (also  $2 \rightarrow 5$ ), der 3. und 4. Zahl (also  $4 \rightarrow 7$ ), der 5. und 6. Zahl (also  $6 \rightarrow 9$ ). Zeichne diese Sprünge in die Zahlenreihe ein. Überlege dir dann, welche Rechenoperation diesen Sprüngen entspricht.

2   5   4   7   6   9        
 $+3$     $+3$     $+3$

Die Rechenoperation für die eingezeichneten Sprünge ist immer „ $+3$ “.

- Betrachte dann die fehlenden Sprünge zwischen der 2. und 3. Zahl (also  $5 \rightarrow 4$ ) und zwischen der 4. und 5. Zahl (also  $7 \rightarrow 6$ ). Überlege dir dann, welche Rechenoperation diesen Sprüngen entspricht.

2   5   4   7   6   9        
 $-1$     $-1$

Die Rechenoperation für die eingezeichneten Sprünge ist jeweils „ $-1$ “.

- Ergänze dann die Zahlenreihe mit Hilfe der abwechselnden Rechenoperationen:  $9 - 1 = 8$  und  $8 + 3 = 11$ .

2   5   4   7   6   9   8   11  
 $+3$     $-1$     $+3$     $-1$     $+3$     $-1$     $+3$

#### Beispiel 9:

Die Zahlenreihe folgt einer bestimmten Regel. Ergänze die nächsten beiden Zahlen.

-1   1   2   4   8   10     

#### Lösung:

- Wenn man so wie in Beispiel 8 vorgeht, erkennt man folgende Regel: Die Rechenoperationen „ $\text{plus } 2$ “ und „ $\text{mal } 2$ “ wechseln sich ab.

-1   1   2   4   8   10        
 $\cdot 2$     $+2$     $\cdot 2$     $+2$     $\cdot 2$     $+2$     $\cdot 2$     $+2$

- Die nächsten beiden Zahlen der Reihe sind also:  $10 \cdot 2 = 20$  und  $20 + 2 = 22$

-1   1   2   4   8   10   20   22  
 $\cdot 2$     $+2$     $\cdot 2$     $+2$     $\cdot 2$     $+2$     $\cdot 2$     $+2$

## 1.5. Rechnen mit Dezimalzahlen:

- **Addition und Subtraktion von Dezimalzahlen:** Um zwei Dezimalzahlen schriftlich zu addieren bzw. subtrahieren, muss man sie so übereinander schreiben, dass beide Kommas übereinander stehen (siehe Beispiel 10). Ganze Zahlen sollte man dazu um ein Komma und um die nötigen Dezimalstellen ergänzen. Z.B. gilt:  $25 = 25,0 = 25,00$
- **Multiplikation zweier Dezimalzahlen:** Zuerst berechnet man das Produkt, indem man die Kommas in den Dezimalzahlen gar nicht beachtet. Anschließend setzt man im Ergebnis das Komma so, dass es gleich viele Stellen rechts vom Komma hat wie in dem Produkt vorkommen (siehe Beispiel 11).
- **Division durch eine Dezimalzahl:** Wenn man durch eine Dezimalzahl teilt, muss man im Dividend (linke Zahl des Quotienten) und im Teiler die Kommas um die gleiche Anzahl an Stellen so weit nach rechts verschieben, bis das Komma im Teiler wegfällt (siehe Beispiel 12).



← **Merke**

**Beispiel 10:** Berechne.

a)  $3,75 \text{ kg} + 9,4 \text{ kg}$

b)  $12,40 \text{ €} + 25 \text{ €}$

c)  $100 \text{ €} - 75,35 \text{ €}$

**Lösung:**

a)  $3,75 \text{ kg} + 9,4 \text{ kg} = 13,15 \text{ kg}$

b)  $12,40 \text{ €} + 25 \text{ €} = 37,50 \text{ €}$

c)  $100 \text{ €} - 75,35 \text{ €} = 24,65 \text{ €}$

|  |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|
|  |   |   |   |   |   |
|  |   | 3 | 7 | 5 |   |
|  | + | 9 | 4 | 0 |   |
|  |   | 1 |   |   |   |
|  |   | 1 | 3 | 1 | 5 |

|  |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|
|  |   |   |   |   |   |
|  |   | 1 | 2 | 4 | 0 |
|  | + | 2 | 5 | 0 | 0 |
|  |   |   |   |   |   |
|  |   | 3 | 7 | 4 | 0 |

|  |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|
|  |   |   |   |   |   |
|  |   | 1 | 0 | 0 | 0 |
|  | - | 7 | 5 | 3 | 5 |
|  |   | 1 | 1 | 1 | 1 |
|  |   | 2 | 4 | 6 | 5 |

**Beispiel 11:** Berechne das Produkt.

a)  $12,5 \cdot 9$

b)  $7,5 \cdot 3,7$

c)  $68,4 \cdot 0,25$

**Lösung:**

a)  $12,5 \cdot 9 = 112,5$

b)  $7,5 \cdot 3,7 = 27,75$

c)  $68,4 \cdot 0,25 = 17,100 = 17,1$

|  |  |   |   |   |     |
|--|--|---|---|---|-----|
|  |  |   |   |   |     |
|  |  | 1 | 2 | 5 | · 9 |
|  |  | 1 | 1 | 2 | 5   |

|  |   |   |   |     |   |
|--|---|---|---|-----|---|
|  |   |   |   |     |   |
|  |   | 7 | 5 | · 3 | 7 |
|  |   | 2 | 2 | 5   |   |
|  | + | 5 | 2 | 5   |   |
|  |   | 2 | 7 | 7   | 5 |

|  |   |   |   |   |     |
|--|---|---|---|---|-----|
|  |   |   |   |   |     |
|  |   | 6 | 8 | 4 | · 2 |
|  |   | 1 | 3 | 6 | 8   |
|  | + | 3 | 4 | 2 | 0   |
|  |   | 1 | 1 |   |     |
|  |   | 1 | 7 | 1 | 0   |

**Beispiel 12:** Berechne den Quotienten  $30,56 : 0,8$ .

**Lösung:**

Zunächst müssen die Kommas in Dividend und Teiler verschoben werden. Es gilt:  $30,56 : 0,8 = 305,6 : 8$ .

|  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|  |   | 3 | 0 | 5 | 6 | : | 8 | = | 3 |
|  | - | 2 | 4 |   |   |   |   |   | 8 |
|  |   | 6 | 5 |   |   |   |   |   | 2 |
|  | - | 6 | 4 |   |   |   |   |   |   |
|  |   | 1 | 6 |   |   |   |   |   |   |
|  | - | 1 | 6 |   |   |   |   |   |   |
|  |   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |

**Ergebnis:**

$30,56 : 0,8 = 305,6 : 8 = 38,2$

**Hinweis:**

Beim Sprung über das Komma des Dividenten (linke Zahl des Quotienten) muss im Ergebnis ein Komma gesetzt werden.

## 1.6. Überschlagsrechnung:

Bei Überschlagsrechnungen müssen die Faktoren eines Produkts bzw. Dividend und Teiler eines Quotienten gerundet werden. Meistens muss man auf die erste oder zweite Stelle von links gerundet werden. Beim Runden gelten folgende Regeln:

1. Steht rechts von der Rundungsstelle eine 5; 6; 7; 8 oder 9, muss **auf**gerundet werden. Das heißt, die Ziffer dieser Stelle wird um 1 vergrößert. Die Ziffern rechts von der gerundeten Stelle werden zu 0.
2. Steht rechts von der Rundungsstelle eine 0; 1; 2; 3 oder 4, muss **ab**gerundet werden. Das heißt, die Ziffer dieser Stelle wird um 1 verringert. Die Ziffern rechts von der gerundeten Stelle werden zu 0.
3. Wenn an der Rundungsstelle eine „9“ steht und aufgerundet wird, wird aus der „9“ eine „10“. Zum Beispiel:  $985 \approx 1000$   
Wenn links von der „9“ eine weitere Ziffer steht, muss diese um 1 vergrößert werden. Zum Beispiel:  $2961 \approx 3000$   
(Hinweis: In der Prüfung ist die Rundungsstelle aber nur ganz selten eine „9“.)



← **Merke**

### Beispiel 13:

Welcher Zahl kommt das Produkt  $2497,5 \cdot 0,22$  am nächsten?

- ☐ 50 000    ☐ 5000    ☐ 500    ☐ 50

### Lösung:

Sinnvolle Rundungsstellen sind hier:  $2497,5 \approx 2500$  und  $0,22 \approx 0,2$ . Damit ist  $2497,5 \cdot 0,22 \approx 2500 \cdot 0,2$ .

Wegen  $2500 \cdot 0,2 = 500,0 = 500$  ist die Zahl **500** die richtige Antwort.

### Beispiel 14:

Kreuze das richtige Ergebnis an.  $10204,9 : 4,1 =$

- ☐ 24890    ☐ 24,89    ☒ 248,9    ☐ 2489

### Lösung:

Ein sinnvolles Runden ist hier:  $10204,9 \approx 10\,000$  und  $4,1 \approx 4$ . Damit ist  $10204,9 : 4,1 \approx 10\,000 : 4$ .

Wegen  $10\,000 : 4 = 2500$  ist die Zahl **2489** die richtige Antwort.

Gelegentlich kommt im Teil A1 der Prüfung folgende **spezielle Aufgabe** vor, die man elegant mit einer Überschlagsrechnung lösen kann:

Und zwar soll man in einem vorgegebenen Produkt die Kommas so setzen, dass das Produkt einen bestimmten Wert annimmt. Wie man dabei geschickt vorgeht, zeigt dir die Lösung zu Beispiel 15.



← **Prüfung**

### Beispiel 15:

Setze die Kommas in dem Produkt  $392 \cdot 587$  so, dass das Ergebnis zwischen 210 und 250 liegt.

### Lösung:

Die richtigen Stellen der Kommas kann man durch Ausprobieren und mit Hilfe einer Überschlagsrechnung ermitteln:

- 1.) Kommasetzung und Überschlag:  $3,92 \cdot 5,87 \approx 4 \cdot 6 = 24$ . Dieses Ergebnis liegt nicht zwischen 210 und 250.
  - 2.) Kommasetzung und Überschlag:  $39,2 \cdot 5,87 \approx 40 \cdot 6 = 240$ . Dieses Ergebnis liegt zwischen 210 und 250.
  - 3.) Kommasetzung und Überschlag:  $3,92 \cdot 58,7 \approx 4 \cdot 60 = 240$ . Dieses Ergebnis liegt auch zwischen 210 und 250.
- Mögliche Lösungen sind also:  $39,2 \cdot 5,87$  und  $3,92 \cdot 58,7$ .

## 1.7. Quadrieren und Wurzelziehen:

- Die Schreibweise  $a^2$  (sprich: „a hoch 2“ oder „a Quadrat“) bedeutet:  $a^2 = a \cdot a$
- $\sqrt{a}$  (sprich: Wurzel von a, mit  $a > 0$ ) ist diejenige positive Zahl b, für die gilt:  $b^2 = a$ .  
Es gilt:  $\sqrt{a}^2 = a$  und  $\sqrt{a^2} = a$ . Man nennt  $\sqrt{a}$  auch „Quadratwurzel von a“.

**Tipp:** In der Prüfung muss man lediglich den **Wert** einer Quadratwurzel  $\sqrt{a}$  abschätzen können. Dazu grenzt man den Wert der Wurzel ein, indem man die nächstkleinere und die nächstgrößere Quadratzahl zu a bestimmt (siehe Beispiel 16).



← **Merke**

**Beispiel 16:** Bestimme den ungefähren Wert der Quadratwurzeln:

- a)  $\sqrt{8}$       b)  $\sqrt{79}$       c)  $\sqrt{50}$       d)  $\sqrt{65}$

**Lösung:**

a) Die nächstkleinere Quadratzahl zu 8 ist  $4 = 2^2$ . Die nächstgrößere Quadratzahl zu 8 ist  $9 = 3^2$ .

Es gilt also:  $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$  bzw.  $2 < \sqrt{8} < 3$ . Weil 8 aber näher bei 9 liegt, muss  $\sqrt{8}$  auch näher bei 3 liegen. Richtige Antworten wären:  $\sqrt{8} \approx 2,8$  bzw.  $\sqrt{8} \approx 2,9$

b) Die nächstkleinere Quadratzahl zu 79 ist  $64 = 8^2$ . Die nächstgrößere Quadratzahl zu 79 ist  $81 = 9^2$ .

Es gilt also:  $\sqrt{64} < \sqrt{79} < \sqrt{81}$  bzw.  $8 < \sqrt{79} < 9$ . Weil 79 aber näher bei 81 liegt, muss  $\sqrt{79}$  auch näher bei 9 liegen. Richtige Antworten wären:  $\sqrt{79} \approx 8,9$  bzw.  $\sqrt{79} \approx 8,8$

c) Die nächstkleinere Quadratzahl zu 50 ist  $49 = 7^2$ . Die nächstgrößere Quadratzahl zu 50 ist  $64 = 8^2$ .

Es gilt also:  $\sqrt{49} < \sqrt{50} < \sqrt{64}$  bzw.  $7 < \sqrt{50} < 8$ . Weil 50 aber näher bei 49 liegt, muss  $\sqrt{50}$  auch näher bei 7 liegen. Richtige Antworten wären:  $\sqrt{50} \approx 7,1$  bzw.  $\sqrt{50} \approx 7,2$

d) Die nächstkleinere Quadratzahl zu 65 ist  $64 = 8^2$ . Die nächstgrößere Quadratzahl zu 65 ist  $81 = 9^2$ .

Es gilt also:  $\sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81}$  bzw.  $8 < \sqrt{65} < 9$ . Weil 65 aber näher bei 64 liegt, muss  $\sqrt{65}$  auch näher bei 8 liegen. Richtige Antworten wären:  $\sqrt{65} \approx 8,1$  bzw.  $\sqrt{65} \approx 8,2$

### Quadratzahlen und Quadratwurzeln bis 100:

Folgende Quadratzahlen und Wurzeln solltest du dir unbedingt merken.

$$2^2 = 4 \text{ und } \sqrt{4} = 2 ; \quad 3^2 = 9 \text{ und } \sqrt{9} = 3 ; \quad 4^2 = 16 \text{ und } \sqrt{16} = 4$$

$$5^2 = 25 \text{ und } \sqrt{25} = 5 ; \quad 6^2 = 36 \text{ und } \sqrt{36} = 6 ; \quad 7^2 = 49 \text{ und } \sqrt{49} = 7$$

$$8^2 = 64 \text{ und } \sqrt{64} = 8 ; \quad 9^2 = 81 \text{ und } \sqrt{81} = 9 ; \quad 10^2 = 100 \text{ und } \sqrt{100} = 10$$



← **Merke**

## 1.8. Rechnen mit Zehnerpotenzen:

### Zehnerpotenzen

• In **Zehnerpotenzen** wie  $10^2$ ;  $10^3$  usw. gibt die Hochzahl an, wie viele Nullen die Zehnerzahl hat. Man sagt „10 hoch 2“ bzw. „10 hoch 3“ usw. Es gilt:

$10^1 = 10$ ; die Hochzahl ist 1, also hat die Zehnerzahl 1 Null.

$10^2 = 100$ ; die Hochzahl ist 2, also hat die Zehnerzahl 2 Nullen.

$10^3 = 1000$ ; die Hochzahl ist 3, also hat die Zehnerzahl 3 Nullen.

usw.

• **Mehrstellige Zahlen** können als Produkt zwischen einer **ganzen Zahl** und einer **Zehnerpotenz** geschrieben werden, wenn rechts von einer Ziffer nur noch Nullen vorkommen. Die Anzahl der Nullen der mehrstelligen Zahl ist darin die Hochzahl der Zehnerpotenz. Z.B. gilt:  $280\,000 = 28 \cdot 10^4$

• Wenn man eine **mehrstellige Zahl** als Produkt zwischen einer **Dezimalzahl** und einer **Zehnerpotenz** schreiben will, geht man so vor: Man setzt rechts von der höchsten Stelle der mehrstelligen Zahl ein Komma und zählt die Dezimalstellen. Die Anzahl der Dezimalstellen ist dann die Hochzahl der Zehnerpotenz. Z.B.:  $280000 = 2,80000 \cdot 10^5$ . Die Hochzahl ist hier „5“, weil 2,80000 fünf Dezimalstellen hat. In 2,80000 streicht man dann noch alle Nullen weg:  $2,80000 \cdot 10^5 = 2,8 \cdot 10^5$ .

• Umgekehrt kann man ein Produkt zwischen einer **Dezimalzahl** und einer **Zehnerzahl** ausführlich als **ganze Zahl** schreiben. Dazu fügt man der Dezimalzahl zunächst so viele Nullen an, dass die Anzahl ihrer Dezimalstellen mit der Hochzahl der Zehnerzahl übereinstimmt. Das Komma lässt man nach der Multiplikation mit der Zehnerpotenz weg. Z.B. gilt:  $2,3 \cdot 10^5 = 2,30000 \cdot 10^5 = 230000$



← **Merke**

### Beispiel 17: (für Teil A1, ohne Taschenrechner)

Schreibe die Zahl als Produkt zwischen einer ganzen Zahl und einer Zehnerpotenz.

Schreibe die Zahl anschließend als Produkt zwischen einer Dezimalzahl und einer Zehnerpotenz.

- a) 8200 000                      b) 125 000                      c) 4 500 000 000

#### Lösung:

a)  $8200\,000 = 82 \cdot 10^5$ . Die Hochzahl ist „5“, weil 8200000 fünf Nullen hat.

Außerdem gilt:  $8200\,000 = 8,2 \cdot 10^6$ . Die Hochzahl ist „6“, weil 8,200 000 sechs Dezimalstellen hat.

b)  $125\,000 = 125 \cdot 10^3$ . Die Hochzahl ist „3“, weil 125 000 drei Nullen hat.

Außerdem gilt:  $125\,000 = 1,25 \cdot 10^5$ . Die Hochzahl ist „5“, weil 1,25000 fünf Dezimalstellen hat.

c)  $4\,500\,000\,000 = 45 \cdot 10^8$ . Die Hochzahl ist „8“, weil 400 000 000 acht Nullen hat.

Außerdem gilt:  $4\,500\,000\,000 = 4,5 \cdot 10^9$ . Die Hochzahl ist „9“, weil 4,500 000 000 neun Dezimalstellen hat.

### Beispiel 18: (für Teil A1, ohne Taschenrechner)

Schreibe das Produkt ausführlich als ganze Zahl.

- a)  $2,1 \cdot 10^3$                       b)  $63,2 \cdot 10^5$                       c)  $7,25 \cdot 10^7$                       d)  $0,425 \cdot 10^6$

#### Lösung:

a) Man muss in 2,1 zwei Nullen anfügen, um 3 Dezimalstellen zu bekommen. Somit gilt:

$$2,1 \cdot 10^3 = 2,100 \cdot 10^3 = 2100$$

b) Man muss in 63,2 vier Nullen anfügen, um 5 Dezimalstellen zu bekommen. Somit gilt:

$$63,2 \cdot 10^5 = 63,20000 \cdot 10^5 = 6\,320\,000.$$

c) Man muss in 7,25 fünf Nullen anfügen, um 7 Dezimalstellen zu bekommen. Somit gilt:

$$7,25 \cdot 10^7 = 7,250000 \cdot 10^7 = 72\,500\,000$$

d) Man muss in 0,425 drei Nullen anfügen, um 6 Dezimalstellen zu bekommen. Anschließend muss man das Komma und die „0“ links vom Komma weglassen. Somit gilt:  $0,425 \cdot 10^6 = 0,425000 \cdot 10^6 = 425\,000$



← Merke

### Die Summe bzw. Differenz von Zehnerpotenzen

- Zur Berechnung der **Summe bzw. Differenz** von Produkten mit Zehnerpotenzen kann man die Zehnerpotenz (bei kleiner Hochzahl) als ganze Zahl schreiben.  
Z.B.:  $4,5 \cdot 10^3 + 25 \cdot 10^2 = 4500 + 2500 = 7000$
  - Die **Summe bzw. Differenz** von Produkten mit **Zehnerpotenzen mit gleicher Hochzahl** kann man auch berechnen, indem man einfach die Faktoren addiert bzw. subtrahiert.  
Z.B.:  $2,5 \cdot 10^3 + 6,5 \cdot 10^3 = (2,5 + 6,5) \cdot 10^3 = 9 \cdot 10^3 = 9000$
  - Wenn die **Hochzahl** der Zehnerzahl aber **sehr groß** ist wie in  $7,25 \cdot 10^9 + 0,6 \cdot 10^{10}$  sollte man die Zehnerpotenzen so umformen, dass alle Zehnerpotenzen der Summe die gleiche Hochzahl haben. Dazu wendet man folgende Regel an:  
Wenn man aus einer Zehnerpotenz ...
    - den **Faktor 10** „herauszieht“ verringert sich die Hochzahl **um 1**. Z.B.:  $10^9 = 10 \cdot 10^8$
    - den **Faktor 100** „herauszieht“ verringert sich die Hochzahl **um 2**. Z.B.:  $10^9 = 100 \cdot 10^7$
- Allgemein: Die Hochzahl verringert sich um die Anzahl der Nullen, die der „herausgezogene“ Faktor hat.

### Beispiel 19: (für Teil A1, ohne Taschenrechner)

Verringere die Hochzahl der Zehnerpotenz, indem du eine geeignete Zehnerzahl herausziehst. Ergänze die Lücken.

a)  $10^7 = \underline{\quad} \cdot 10^5$       b)  $10^{11} = \underline{\quad} \cdot 10^{10}$       c)  $10^{12} = \underline{\quad} \cdot 10^9$       d)  $10^{10} = \underline{\quad} \cdot 10^9$

**Lösung:**

a)  $10^7 = 100 \cdot 10^5$       b)  $10^{11} = 10 \cdot 10^{10}$       c)  $10^{12} = 1000 \cdot 10^9$       d)  $10^{10} = 10 \cdot 10^9$

### Beispiel 20: (für Teil A1, ohne Taschenrechner)

Berechne.

a)  $8 \cdot 10^9 + 0,6 \cdot 10^{10}$       b)  $1,7 \cdot 10^{12} - 12 \cdot 10^{11}$       c)  $0,05 \cdot 10^9 + 8,5 \cdot 10^7$

**Lösung:**

a)  $8 \cdot 10^9 + 0,6 \cdot 10^{10} = 8 \cdot 10^9 + 0,6 \cdot 10 \cdot 10^9 = 8 \cdot 10^9 + 6 \cdot 10^9 = (8 + 6) \cdot 10^9 = 14 \cdot 10^9$

b)  $1,7 \cdot 10^{12} - 12 \cdot 10^{11} = 1,7 \cdot 10 \cdot 10^{11} - 12 \cdot 10^{11} = 17 \cdot 10^{11} - 12 \cdot 10^{11} = (17 - 12) \cdot 10^{11} = 5 \cdot 10^{11}$

c)  $0,05 \cdot 10^9 + 8,5 \cdot 10^7 = 0,05 \cdot 100 \cdot 10^7 + 8,5 \cdot 10^7 = 5 \cdot 10^7 + 8,5 \cdot 10^7 = (5 + 8,5) \cdot 10^7 = 13,5 \cdot 10^7$

### Größenvergleich von Produkten mit Zehnerpotenzen

Wenn man Produkte, in denen Zehnerpotenzen vorkommen, miteinander vergleichen soll, muss man die Produkte entweder als ganze Zahlen schreiben oder die Hochzahlen in den Produkten angleichen (siehe oben). Dazu sollte man sich an der Zehnerpotenz mit der kleinsten Hochzahl orientieren. Anschließend muss man nur noch die Faktoren vor den Zehnerpotenzen miteinander vergleichen (siehe Beispiel 21).



← Prüfung

### Beispiel 21: (für Teil A1, ohne Taschenrechner)

Ordne die Zahlen der Größe nach.  $0,65 \cdot 10^{12}$ ;  $9 \cdot 10^{10}$ ;  $3,25 \cdot 10^{11}$

**Lösung:**

Die kleinste Hochzahl in den drei Zehnerpotenzen ist 10. Man sollte also alle Zehnerpotenzen in Potenzen mit der Hochzahl 10 umwandeln. Es ist:

$$0,65 \cdot 10^{12} = 0,65 \cdot 100 \cdot 10^{10} = 65 \cdot 10^{10}; \quad 9 \cdot 10^{10} = 9 \cdot 10^{10}; \quad 3,25 \cdot 10^{11} = 3,25 \cdot 10 \cdot 10^{10} = 32,5 \cdot 10^{10}$$

Wegen  $65 > 32,5 > 9$  ist:  $0,65 \cdot 10^{12} > 3,25 \cdot 10^{11} > 9 \cdot 10^{10}$



← Merke

**Millionen, Milliarden, usw. als Zehnerpotenzen**Es gilt: Mio. = 1 Million =  $10^6 = 1000\ 000$ Mrd. = 1 Milliarde =  $10^9 = 1000\ 000\ 000$ Bio. = 1 Billion =  $10^{12} = 1000\ 000\ 000\ 000$ Brd. = 1 Billiarde =  $10^{15} = 1000\ 000\ 000\ 000\ 000$ 

Die Reihe Mio. → Mrd. → Bio. → Brd. sollte man sich merken.

**Tipp:** Von einem Sprung zum nächsten erhöht sich in dieser Reihe die Hochzahl der zugehörigen Zehnerpotenz um 3.Steht vor der Abkürzung eine Zahl, ist das Produkt zwischen dieser Zahl und der zugehörigen Zehnerpotenz gemeint. Zum Beispiel ist 7 Mio. =  $7 \cdot 10^6$  oder 3 Brd. =  $3 \cdot 10^{15}$ **Beispiel 22:** (für Teil A2 und Teil B)

Schreibe als Produkt mit einer Zehnerpotenz.

- a) 5 Mrd.      b) 3,5 Mio.      c) 12,5 Bio.

**Lösung:**

a) 5 Mrd. =  $5 \cdot 10^9$

b) 3,5 Mio. =  $3,5 \cdot 10^6$

c) 12,5 Bio. =  $12,5 \cdot 10^{12}$



← Tipp

**Potenzen in den Taschenrechner eintippen**

- Potenzen gibt man mit folgender Tastenfolge in den Taschenrechner ein. Hier am Beispiel von  $10^{12}$ :

$$10 \longrightarrow x^y \longrightarrow 12$$

Die Potenztaste „ $x^y$ “ heißt auf manchen Taschenrechnern auch „ $y^x$ “. Merke dir gut, wo sich die Potenztaste auf deinem Taschenrechner befindet.

- **Beachte:** Wenn man eine Zahl mit dem Taschenrechner durch ein Potenzprodukt wie  $82 \text{ Mio.} = 82 \cdot 10^9$  teilen soll, muss man um das Potenzprodukt Klammern setzen:  $(82 \cdot 10^9)$

- **Anzeige im Display:** Manche Taschenrechnern zeigen eine Potenz wie  $5 \cdot 10^6$  durch „5 exp 6“ auf dem Display an. Auf anderen Taschenrechnern erscheint die Grundzahl „10“ einer Zehnerpotenz ziemlich klein. Mache dich daher damit vertraut, wie Potenzen auf *deinem* Taschenrechner angezeigt werden.

**Beispiel 23:** (für Teil A2 und Teil B)

Berechne mit dem Taschenrechner.

a)  $5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^6$

b)  $\frac{8 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^6}$

c)  $2500 \text{ Mrd.} : 80 \text{ Mio.}$

**Lösung:**

a)  $5 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^6 = 10 \cdot 10^{10} = 10^{11}$

b)  $\frac{8 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^6} = 8 \cdot 10^9 : (4 \cdot 10^6) = 2 \cdot 10^3 = 2000$

c)  $2500 \text{ Mrd.} : 80 \text{ Mio.} = 2500 \cdot 10^9 : (80 \cdot 10^6) = 31250$

## 2. Bruchrechnung

### 2.1. Brüche und ihre Bedeutung:

Ein Bruch beschreibt einen Bruchteil von einer Größe. Jeder Bruch besteht aus einem Zähler, einem Nenner und einem Bruchstrich dazwischen.

Der Bruch "zwei Fünftel":  $\frac{2}{5}$  ← Zähler  
 ← Nenner

Der Nenner gibt an, in wie viele Teile das Ganze geteilt werden soll. Der Zähler gibt an, wie viele dieser Teile gemeint sind.

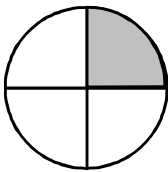


← Merke

#### Beispiel 1:

Wie groß ist der Bruchteil (= Anteil) der markierten Felder an der gesamten Fläche?

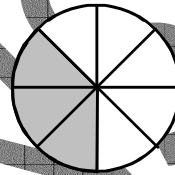
Figur A:



Figur B:



Figur C:



#### Lösung:

**Figur A:** Der Bruchteil der markierten Fläche an der gesamten Fläche ist ein Viertel. Man benutzt dafür die Bruchschreibweise:  $\frac{1}{4}$  (sprich: „ein Viertel“)

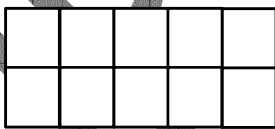
**Figur B:** Ein Teil des Streifens ist ein Fünftel. Da von insgesamt 5 Teilen 2 Teile markiert sind, ist der Bruchteil der markierten Fläche an der gesamten Fläche  $\frac{2}{5}$  (sprich: "zwei Fünftel").

**Figur C:** Hier sind von insgesamt 8 Teilen des Kreises 3 Teile markiert. Der Bruchteil der markierten Fläche ist also  $\frac{3}{8}$  (sprich: „drei Achtel“).

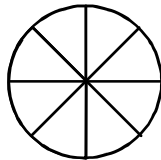
#### Beispiel 2:

Markiere jeweils den angegebenen Bruchteil.

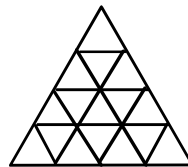
Figur A:  $\frac{7}{10}$



Figur B:  $\frac{5}{8}$

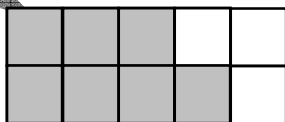


Figur C:  $\frac{11}{16}$



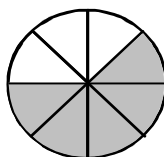
#### Lösung:

Figur A:  $\frac{7}{10}$



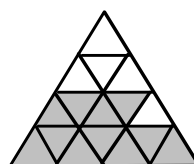
7 von 10 Kästchen

Figur B:  $\frac{5}{8}$



5 von 8 Kreisausschnitten

Figur C:  $\frac{11}{16}$



11 von 16 Dreiecken

**Bruchteile berechnen**

Einen Bruchteil von etwas Ganzem berechnest du, indem du das Ganze durch den Nenner teilst und das Ergebnis anschließend mit dem Zähler multiplizierst.

← **Merke****Beispiel 3:** Berechne.

- a)  $\frac{1}{3}$  von 24 Schülern      b)  $\frac{3}{8}$  von 48 kg      c)  $\frac{3}{5}$  von 250 Besuchern

**Lösung:**

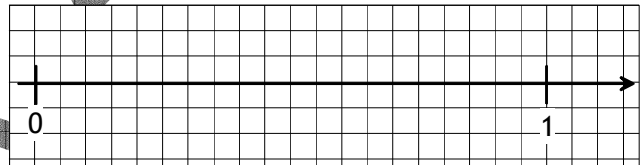
- a)  $\frac{1}{3}$  von 24 Schülern = (24 Schüler : 3) mal 1 = **8 Schüler**  
 b)  $\frac{3}{8}$  von 48 kg = (48 kg : 8) mal 3 = 6 kg mal 3 = **18 kg**  
 c)  $\frac{3}{5}$  von 250 Besuchern = (250 Besucher : 5) mal 3 = 50 Besucher mal 3 = **150 Besucher**

**Brüche am Zahlenstrahl**

Im Teil A1 der Prüfung kommt öfter eine Aufgabe vor, in der du Brüche auf einen Zahlenstrahl eintragen sollst. Dazu musst du die Länge der Längeneinheit 1 messen oder durch Kästchenzählen bestimmen und dann den entsprechenden Bruchteil dieser Länge berechnen (siehe Beispiel 4). Die Länge dieses Bruchteils trägst du dann von „0“ aus auf dem Zahlenstrahl ab.

← **Tipps****Beispiel 4:**

Markiere die Brüche  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{2}{5}$  am Zahlenstrahl.

**Lösung:**

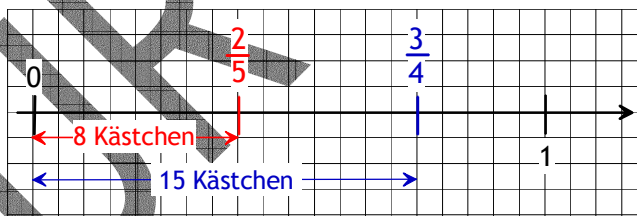
Zunächst muss man die Länge der Längeneinheit 1 bestimmen. Kästchenzählen ergibt: 1 LE = 20 Kästchen.

Anschließend muss man  $\frac{3}{4}$  von 20 Kästchen bzw.  $\frac{2}{5}$  von 20 Kästchen berechnen. Man erhält:

$\frac{3}{4}$  von 20 Kästchen sind (20 Kästchen : 4) mal 3 = 5 Kästchen mal 3 = **15 Kästchen**

$\frac{2}{5}$  von 20 Kästchen sind (20 Kästchen : 5) mal 2 = 4 Kästchen mal 2 = **8 Kästchen**

Die entsprechenden Stellen am Zahlenstrahl sind:



## 2.2. Brüche kürzen und erweitern:

- Die Multiplikation des Zählers und Nenners mit derselben Zahl nennt man **Erweitern eines Bruchs**.
- Die Division des Zählers und Nenners durch dieselbe Zahl nennt man **Kürzen eines Bruchs**.

Durch Kürzen und Erweitern verändert ein Bruch seinen Wert nicht.

- **Beachte:** Wenn du mit einem kompletten Zähler bzw. Nenner kürzen kannst, bleibt im Zähler bzw. Nenner immer eine „1“ übrig.

Z.B. gilt:  $\frac{2}{10} = \frac{2:2}{10:2} = \frac{1}{5}$  oder  $\frac{18}{6} = \frac{18:6}{6:6} = \frac{3}{1} = 3$



← **Merke**

**Beispiel 5:** Erweitere folgende Brüche mit der angegebenen Zahl.

a)  $\frac{2}{7}$  mit 2

b)  $\frac{5}{11}$  mit 4

c)  $\frac{3}{4}$  mit 7

d)  $\frac{7}{12}$  mit 6

**Lösung:**

a)  $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 2}{7 \cdot 2} = \frac{4}{14}$

b)  $\frac{5}{11} = \frac{5 \cdot 4}{11 \cdot 4} = \frac{20}{44}$

c)  $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28}$

d)  $\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 6}{12 \cdot 6} = \frac{42}{72}$

- In der Prüfung kannst du dich beim Kürzen auf die Zahlen **2; 3; 4; 5; 10** konzentrieren. Mit anderen Zahlen muss in der Regel nicht gekürzt werden.
- Wenn im Zähler und im Nenner **Zehnerzahlen** stehen, kannst du ganz bequem mit 10 kürzen: Dazu streichst du in Zähler und Nenner einfach jeweils gleich viele Nullen weg.

Z.B.:  $\frac{410}{500} = \frac{41}{50}$ .



← **Tipps**

**Beispiel 6:** Kürze folgende Brüche mit der angegebenen Zahl.

a)  $\frac{8}{12}$  mit 4

b)  $\frac{15}{25}$  mit 5

c)  $\frac{18}{21}$  mit 3

d)  $\frac{20}{30}$  mit 10

**Lösung:**

a)  $\frac{8}{12} = \frac{8:4}{12:4} = \frac{2}{3}$

b)  $\frac{15}{25} = \frac{15:5}{25:5} = \frac{3}{5}$

c)  $\frac{18}{21} = \frac{18:3}{21:3} = \frac{6}{7}$

d)  $\frac{20}{30} = \frac{20:10}{30:10} = \frac{2}{3}$

Mit dem **Taschenrechner** kannst du einen Bruch ganz bequem **kürzen**.

Die Tastenfolge zum Kürzen des Bruchs  $\frac{18}{24}$  lautet auf den meisten Taschenrechnern:

$\boxed{18} \rightarrow \boxed{a^{b/c}} \rightarrow \boxed{24} \rightarrow \boxed{=}$

Allerdings darfst du den Taschenrechner nur in den Teilen A2 und B benutzen.

Die Taste „ $a^{b/c}$ “ ist die **Bruchtaste**. Merke dir gut, wo sich die Bruchtaste auf *deinem* Taschenrechner befindet.



← **Tipps**

(Hinweis: Die Zahlen „18“ und „24“ wurden hier zur besseren Übersicht nur mit einer Taste beschrieben. Tatsächlich musst du natürlich  $1 \rightarrow 8$  für „18“ und  $2 \rightarrow 4$  für „24“ tippen.)

## 2.3. Gemischte Brüche und Brüche als Dezimalzahlen:



← **Merke**

- **Gemischte Brüche** wie  $4\frac{2}{3}$  bestehen aus einer ganzen Zahl und einem Bruch.

Es gilt:  $a\frac{b}{c} = a + \frac{b}{c}$

Man wandelt einen gemischten Bruch in einen unechten Bruch nach folgender Regel um:

$$a\frac{b}{c} = \frac{c \cdot a + b}{c}$$

(Hinweis: Unechte Brüche sind Brüche, deren Zähler größer als der Nenner ist.)

Im Fall von  $4\frac{2}{3}$  erhält man also:  $4\frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 4 + 2}{3} = \frac{14}{3}$

- Ein **Bruch** wird in eine **Dezimalzahl** umgewandelt, indem man den Quotient aus Zähler und Nenner berechnet. Die Dezimalzahlen der folgenden Brüche solltest du auswendig wissen:

$$\frac{1}{2} = 0,5 ; \quad \frac{1}{4} = 0,25 ; \quad \frac{3}{4} = 0,75 ;$$

$$\frac{1}{5} = 0,2 ; \quad \frac{2}{5} = 0,4 ; \quad \frac{3}{5} = 0,6 ; \quad \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\frac{1}{10} = 0,1 ; \quad \frac{2}{10} = 0,2 ; \quad \frac{3}{10} = 0,3 ; \quad \frac{4}{10} = 0,4 ; \quad \frac{5}{10} = 0,5 \text{ usw.}$$

**Tipp:** Teste selbst mit dem Taschenrechner:  $1:2 = \dots$  ;  $1:4 = \dots$  usw.

**Beispiel 7:** Schreibe als unechten Bruch.

a)  $3\frac{1}{2}$       b)  $5\frac{3}{4}$       c)  $8\frac{1}{5}$       d)  $2\frac{3}{5}$

**Lösung:**

a)  $3\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{2} = \frac{7}{2}$       b)  $5\frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 5 + 3}{4} = \frac{23}{4}$

c)  $8\frac{1}{5} = \frac{5 \cdot 8 + 1}{5} = \frac{41}{5}$       d)  $2\frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 2 + 3}{5} = \frac{13}{5}$

**Beispiel 8:** Schreibe als Dezimalzahl.

a)  $3\frac{1}{2}$       b)  $5\frac{3}{4}$       c)  $8\frac{1}{5}$       d)  $4\frac{3}{5}$

**Lösung:**

a)  $3\frac{1}{2} = 3 + 0,5 = 3,5$       b)  $5\frac{3}{4} = 5 + 0,75 = 5,75$

c)  $8\frac{1}{5} = 8 + 0,2 = 8,2$       d)  $2\frac{3}{5} = 2 + 0,6 = 2,6$

**Beispiel 9:** Schreibe als Dezimalzahl. Du darfst den Taschenrechner benutzen.

a)  $\frac{9}{20}$       b)  $\frac{18}{25}$       c)  $\frac{3}{50}$       d)  $\frac{25}{80}$

**Lösung:**

a)  $\frac{9}{20} = 9:20 = 0,45$       b)  $\frac{18}{25} = 18:25 = 0,72$

c)  $\frac{3}{50} = 3:50 = 0,06$       d)  $\frac{25}{80} = 25:80 = 0,3125$

## 2.4. Größenvergleich von Brüchen:

- Zwei Brüche mit dem gleichen Nenner heißen **gleichnamige Brüche**. Von zwei gleichnamigen Brüchen ist derjenige Bruch größer, der den größeren Zähler hat.
- Wenn man zwei ungleichnamige Brüche miteinander vergleichen will, muss man sie auf den gleichen Nenner bringen. Ein **gemeinsamer Nenner** ist immer das Produkt beider Nenner (siehe Beispiel 10).

← **Merke**

**Beispiel 10:** Erweitere auf einen gemeinsamen Nenner und gib an, welcher Bruch größer bzw. kleiner ist.

- a)  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{3}{5}$       b)  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{7}{9}$       c)  $\frac{6}{7}$  und  $\frac{5}{6}$       d)  $\frac{5}{8}$  und  $\frac{2}{3}$

**Lösung:**

- a) Ein gemeinsamer Nenner von  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{3}{5}$  ist  $2 \cdot 5 = 10$ . Erweitern auf den Nenner 10 ergibt jeweils:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} \quad \text{und} \quad \frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}. \quad \text{Wegen } \frac{5}{10} < \frac{6}{10} \text{ gilt: } \frac{1}{2} < \frac{3}{5}$$

- b) Ein gemeinsamer Nenner von  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{7}{9}$  ist  $4 \cdot 9 = 36$ . Erweitern auf den Nenner 36 ergibt jeweils:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{27}{36} \quad \text{und} \quad \frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{28}{36}. \quad \text{Wegen } \frac{27}{36} < \frac{28}{36} \text{ gilt: } \frac{3}{4} < \frac{7}{9}$$

- c) Ein gemeinsamer Nenner von  $\frac{6}{7}$  und  $\frac{5}{6}$  ist  $7 \cdot 6 = 42$ . Erweitern auf den Nenner 42 ergibt jeweils:

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \cdot 6}{7 \cdot 6} = \frac{36}{42} \quad \text{und} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 7} = \frac{35}{42}. \quad \text{Wegen } \frac{36}{42} > \frac{35}{42} \text{ gilt: } \frac{6}{7} > \frac{5}{6}$$

- d) Ein gemeinsamer Nenner von  $\frac{5}{8}$  und  $\frac{2}{3}$  ist  $8 \cdot 3 = 24$ . Erweitern auf den Nenner 24 ergibt jeweils:

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24} \quad \text{und} \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 8}{3 \cdot 8} = \frac{16}{24}. \quad \text{Wegen } \frac{15}{24} < \frac{16}{24} \text{ gilt: } \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$$

### Zahlen zwischen zwei Brüchen angeben

Eine oft gestellte Aufgabe im Teil A1 ist es, dass man zwei Zahlen angeben soll, die zwischen zwei vorgegebenen Brüchen liegen. Dazu musst du zuerst die beiden Brüche auf einen gemeinsamen Nenner bringen. Anhand der Zähler kannst du dann leicht die gewünschten Zahlen bzw. Brüche angeben (siehe Beispiel 11).

← **Prüfung**

**Beispiel 11:** Gib zwei Zahlen an, die zwischen den Brüchen  $\frac{1}{5}$  und  $\frac{2}{7}$  liegen.

**Lösung:**

Ein gemeinsamer Nenner von  $\frac{1}{5}$  und  $\frac{2}{7}$  ist  $5 \cdot 7 = 35$ . Erweitern auf den Nenner 35 ergibt jeweils:

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 7}{5 \cdot 7} = \frac{7}{35} \quad \text{und} \quad \frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} = \frac{10}{35}.$$

Zwei Zahlen, die zwischen  $\frac{7}{35}$  und  $\frac{10}{35}$  liegen, sind dann zum Beispiel:  $\frac{8}{35}$  und  $\frac{9}{35}$

**Tipp:** Je größer der gemeinsame Nenner, umso mehr Auswahlmöglichkeiten hat man. Mit dem gemeinsamen Nenner 350 hätte man im obigen Beispiel die Auswahl zwischen  $\frac{70}{350}$  und  $\frac{100}{350}$ .

Also:  $\frac{71}{350}; \frac{72}{350}; \frac{73}{350} \dots \frac{99}{350}$

## 2.5. Addition und Subtraktion von Brüchen:

- Man addiert bzw. subtrahiert zwei oder mehr gleichnamige Brüche, indem man ihre Zähler addiert bzw. subtrahiert und den Zähler beibehält.

Es gilt:  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$  und  $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

- Wenn man zwei ungleichnamige Brüche addieren bzw. subtrahieren will, muss man sie zuerst auf einen gemeinsamen Nenner bringen (siehe Beispiel 13).



← **Merke**

**Beispiel 12:** Berechne.

a)  $\frac{2}{5} + \frac{2}{5}$       b)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$       c)  $\frac{7}{4} - \frac{3}{4}$       d)  $\frac{6}{7} + \frac{3}{7} - \frac{8}{7}$

**Lösung:**

a)  $\frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{2+2}{5} = \frac{4}{5}$       b)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1+1+1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

c)  $\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = \frac{7-3}{4} = \frac{4}{4} = 1$       d)  $\frac{6}{7} + \frac{3}{7} - \frac{8}{7} = \frac{6+3-8}{7} = \frac{1}{7}$

**Beispiel 13:** Bringe zuerst auf einen gemeinsamen Nenner und berechne dann.

a)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$       b)  $\frac{6}{7} - \frac{3}{4}$

**Lösung:**

a) Ein gemeinsamer Nenner von  $\frac{2}{5}$  und  $\frac{1}{3}$  ist  $5 \cdot 3 = 15$ . Erweitern auf den Nenner 15 ergibt jeweils:

$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15}$  und  $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{5}{15}$ . Damit ist  $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$

b) Ein gemeinsamer Nenner von  $\frac{6}{7}$  und  $\frac{3}{4}$  ist  $7 \cdot 4 = 28$ . Erweitern auf den Nenner 28 ergibt jeweils:

$\frac{6}{7} = \frac{6 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{24}{28}$  und  $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28}$ . Damit ist  $\frac{6}{7} - \frac{3}{4} = \frac{24}{28} - \frac{21}{28} = \frac{3}{28}$

### Rechnen mit gemischten Brüchen

Wenn man mit gemischten Brüchen rechnen will, muss man sie zuerst entweder in

unechte Brüche oder in Dezimalzahlen umwandeln. Es gilt:  $a \frac{b}{c} = \frac{c \cdot a + b}{c}$

Eine Umwandlung in Dezimalzahlen ist aber nur bei Brüchen mit den Nennern 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50 sinnvoll.



← **Tip**

**Beispiel 14:** Berechne mit Hilfe von Dezimalzahlen oder unechten Brüchen.

a)  $6\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2}$       b)  $3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{5}$       c)  $4\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$

**Lösung:**

a)  $6\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} = 6,5 + 4,5 = 11$  oder  $6\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} = \frac{13}{2} + \frac{9}{2} = \frac{22}{2} = 11$

b)  $3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{5} = 3,4 - 1,2 = 2,2$  oder  $3\frac{2}{5} - 1\frac{1}{5} = \frac{17}{5} - \frac{6}{5} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$

c)  $4\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{14}{3} + \frac{1}{3} = \frac{15}{3} = 5$  (Eine Umwandlung der Brüche in Dezimalzahlen ist hier nicht sinnvoll.)

## 2.6. Multiplikation und Division von Brüchen:

- Man **multipliziert** zwei Brüche, indem man ihre Zähler miteinander multipliziert und ihre Nenner miteinander multipliziert. Es gilt:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

- Man **multipliziert** eine ganze Zahl mit einem Bruch, indem man den Zähler des Bruchs mit der Zahl multipliziert und den Nenner beibehält. Es gilt:

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$$

- Man **dividiert** einen Bruch durch einen anderen, indem man mit dem Kehrbuch des zweiten Bruchs multipliziert. Den Kehrbuch eines Bruchs erhält man, indem man seinen Zähler mit seinem Nenner vertauscht. Es gilt:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

- Man **dividiert** einen Bruch durch eine ganze Zahl, indem man den Nenner des Bruchs mit der Zahl multipliziert und den Zähler beibehält. Es gilt:

$$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c}$$



← **Merke**

**Beispiel 15:** Berechne.

a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7}$       b)  $5 \cdot \frac{2}{9}$       c)  $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$       d)  $\frac{6}{7} : 12$

**Lösung:**

a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 7} = \frac{6}{35}$

b)  $5 \cdot \frac{2}{9} = \frac{5 \cdot 2}{9} = \frac{10}{9}$

c)  $\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{1} = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 1} = \frac{24}{4} = 6$

d)  $\frac{6}{7} : 12 = \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{84} = \frac{6 : 6}{84 : 6} = \frac{1}{14}$

### Multiplikation und Division mit gemischten Brüchen

Wenn man eine Multiplikation oder Division mit gemischten Brüchen durchführen will, muss man sie zuerst in unechte Brüche umwandeln. Es gilt:  $a \frac{b}{c} = \frac{c \cdot a + b}{c}$



← **Tipp**

**Beispiel 16:** Berechne. a)  $2 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{2}{5}$       b)  $6 \frac{3}{4} : \frac{1}{4}$

**Lösung:**

a)  $2 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{2}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{5} = \frac{35}{10} = \frac{7}{2}$

b)  $6 \frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{27}{4} \cdot \frac{4}{1} = \frac{27 \cdot 4}{4 \cdot 1} = \frac{27}{1} = 27$

In den Teilen A2 und B kannst du Ausdrücke mit Brüchen bequem mit dem **Taschenrechner** berechnen. Dazu solltest du wissen, wie man einen Bruch in den Taschenrechner eingibt. Die Tastenfolge für den Bruch  $\frac{18}{24}$  lautet auf den meisten Taschenrechnern:

$$18 \longrightarrow a \frac{b}{c} \longrightarrow 24$$

Die Taste „ $a \frac{b}{c}$ “ ist die **Bruchtaste**. Merke dir gut, wo sich die Bruchtaste auf *deinem* Taschenrechner befindet.



← **Tipp**

(Hinweis: Die Zahlen „18“ und „24“ wurden hier zur besseren Übersicht nur mit einer Taste beschrieben. Tatsächlich musst du natürlich 1 → 8 für „18“ und 2 → 4 für „24“ tippen.)

### 3. Terme und Gleichungen

#### 3.1. Terme vereinfachen:

• Einen Rechenausdruck, in dem neben Zahlen und Rechenoperationen (plus, minus, mal; geteilt) auch Buchstaben bzw. Variablen ( $x$ ,  $y$ , ...) vorkommen, nennt man einen **Term mit Variablen**. Darin ist eine Variable ein Platzhalter, für den verschiedene Zahlen eingesetzt werden dürfen. Durch Einsetzen einer Zahl erhält der Term einen bestimmten Wert. Es gibt Terme mit nur einer Variablen aber auch Terme mit mehreren Variablen.

• Terme, die in der Variablen übereinstimmen und sich nur in den Vorfaktoren unterscheiden, nennt man **gleichartige Terme**. Man **addiert bzw. subtrahiert** gleichartige Terme, indem man die Summe bzw. Differenz der Vorfaktoren berechnet. Es gilt:

$$ax + bx = (a + b)x \text{ bzw. } ax - bx = (a - b)x; \text{ mit den Vorfaktoren } a \text{ und } b$$

Zum Beispiel:  $2x + 5x = 7x$  oder  $8x - 5x = 3x$

**Beachte:**

„ $ax$ “ bedeutet „ $a \cdot x$ “. Gewöhnlich lässt man aber den Malpunkt zwischen dem Vorfaktor und der Variablen weg. So gilt:  $3 \cdot x = 3x$

Hat eine Variable keinen Vorfaktor, ist immer die „1“ gemeint. Es gilt:  $x = 1x$



← **Merke**

**Beispiel 1:** Berechne den Wert des Terms, indem du die angegebene Zahl in die Variable einsetzt.

a)  $x = 3$  in den Term  $x + 4$

b)  $x = 5$  in den Term  $2 - x$

c)  $x = 2$  in den Term  $6 - 4x$

d)  $a = 3$  und  $b = 5$  in  $a \cdot b$

e)  $p = 25$  und  $G = 120$  in  $\frac{p}{100} \cdot G$

f)  $c = 8$  und  $h = 4$  in  $\frac{1}{2} \cdot c \cdot h$

**Lösung:**

a) Einsetzen von  $x = 3$  in  $x + 4$  ergibt:  $3 + 4 = 7$

b) Einsetzen von  $x = 5$  in  $2 - x$  ergibt:  $2 - 5 = -3$

c) Einsetzen von  $x = 2$  in  $6 - 4x$  ergibt:  $6 - 4 \cdot 2 = 6 - 8 = -2$ . Man beachte in „ $6 - 4 \cdot 2$ “ die Regel „Punkt vor Strich“ !

d) Einsetzen von  $a = 3$  und  $b = 5$  in  $a \cdot b$  ergibt:  $3 \cdot 5 = 15$

e) Einsetzen von  $p = 25$  und  $G = 120$  in  $\frac{p}{100} \cdot G$  ergibt:  $\frac{25}{100} \cdot 120 = \frac{25 \cdot 120}{100} = 30$

f) Einsetzen von  $c = 8$  und  $h = 4$  in  $\frac{1}{2} \cdot c \cdot h$  ergibt:  $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = \frac{1}{2} \cdot 32 = 16$

#### Zusammenfassen von Summen

Um eine Summe zu vereinfachen, solltest du zuerst gleichartige Terme und Zahlen jeweils unterschiedlich markieren und zwar einschließlich des jeweiligen Vorzeichens ! Anschließend fasst du jeweils die Summe der gleichartigen Terme und die Summe der Zahlen zusammen.

Z.B.:  $3x + 4 - 2x + 5 = 3x + 4 - 2x + 5 = 3x - 2x + 4 + 5 = 1x + 9 = x + 9$



← **Tipp**

**Beispiel 2:** Fasse die Summe so weit wie möglich zusammen.

a)  $x + 3x$

b)  $-3x + 7 + 8x$

c)  $4 - x + 8 + 3x$

d)  $3,5x - 5 + x + 12 - 0,5x$

**Lösung:**

a)  $x + 3x = 1x + 3x = 4x$

b)  $-3x + 7 + 8x = +5x + 7$  (Hinweis: Es ist  $-3 + 8 = +5$ )

c)  $4 - x + 8 + 3x = 12 + 2x$  (Hinweis: Es ist  $-x = -1x$ )

d)  $3,5x - 5 + x + 12 - 0,5x = (3,5 + 1 - 0,5)x + 7 = 4x + 7$



← Merke

**Auflösen von Klammern**

- Klammerausdrücke wie  $10(2x + 3)$  oder  $(3x - 5)4$  löst man auf, indem man jeden Summand in der Klammer mit der Zahl außerhalb der Klammer multipliziert. Es gilt:

$$10(2x + 3) = 10 \cdot 2x + 10 \cdot 3 \text{ bzw. } (3x - 5) \cdot 4 = 3x \cdot 4 - 5 \cdot 4$$

**Beachte:** Zwischen der Klammer und der Zahl links vor der Klammer wird gewöhnlich der Malpunkt weggelassen. Den Malpunkt muss man sich dazu denken !

Es gilt:  $10(2x + 3) = 10 \cdot (2x + 3)$

- Die Regel „**Punkt vor Strich**“: In einem Rechenausdruck müssen die Punktrechnungen (mal oder geteilt) vor den Strichrechnungen (plus oder minus) durchgeführt werden. Z.B. gilt:  $4 - 3 \cdot 5 = 4 - 15 = -11$

- Man **multipliziert einen Term mit einer Zahl**, indem man den Vorfaktor des Terms mit der Zahl multipliziert. Es gilt:

$$a \cdot bx = (a \cdot b)x \text{ bzw. } bx \cdot a = (a \cdot b)x$$

**Beispiel 3:** Löse die Klammern auf.

- a)  $7(4x + 5)$       b)  $(9x - 6) \cdot 2$       c)  $8(4 - 3x)$       d)  $12(x - 1)$

**Lösung:**

- a)  $7(4x + 5) = 7 \cdot 4x + 7 \cdot 5 = 28x + 35$       b)  $(9x - 6) \cdot 2 = 9x \cdot 2 - 6 \cdot 2 = 18x - 12$   
 c)  $8(4 - 3x) = 8 \cdot 4 - 8 \cdot 3x = 32 - 24x$       d)  $12(x - 1) = 12 \cdot x - 12 \cdot 1 = 12x - 12$

**3.2. Terme aufstellen:**

Im Teil A1 kommt gelegentlich eine Aufgabe vor, bei der du mit einer „gedachten Zahl“ einen Term aufstellen sollst. Dazu musst du die „gedachte Zahl“ mit einer Variablen bezeichnen - in der Regel mit „x“.

Ganz wichtig ist dann, dass du die Rechenoperationen kennst, die den folgenden Ausdrücken entsprechen:

- 1.) „das Doppelte“ ; „das Dreifache“ ; usw. bedeuten „mal 2“ ; „mal 3“ usw.  
„die Hälfte“ bedeutet „geteilt durch 2“.
- 2.) „addieren“ bzw. „dazu zählen“ bedeutet „plus“
- 3.) „subtrahieren“ bzw. „abziehen“ bedeutet „minus“
- 4.) „multiplizieren“ bedeutet „mal“
- 5.) „dividieren“ bedeutet „teilen“ bzw. „geteilt“
- 6.) „Summe“ bedeutet „plus“. „Differenz“ bedeutet „minus“
- 7.) „Produkt“ bedeutet „mal“; „Quotient“ bedeutet „geteilt“.



← Prüfung

**Beispiel 4:** Stelle jeweils den zugehörigen Term auf und fasse so weit wie möglich zusammen.

- a) Zu einer gedachten Zahl wird das Vierfache dieser Zahl addiert.  
 b) Von einer gedachten Zahl wird das Doppelte dieser Zahl abgezogen.  
 c) Das Doppelte einer gedachten Zahl wird durch das Doppelte von 5 geteilt.  
 d) Zum Produkt der Zahlen 2 und 7 wird die Summe aus 5 und der gedachten Zahl addiert.

**Lösung:**

- a)  $x + 4x = 5x$       b)  $x - 2x = -x$   
 c)  $2x : (2 \cdot 5) = 2x : 10$       d)  $2 \cdot 7 + (5 + x) = 14 + 5 + x = 19 + x$