

Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2024:



Teil A₁ und A₂ - Pflichtteil:

Pflichtteil A1	2
Pflichtteil A2	8

Teil B - Wahlteil:

Aufgabe 1a	13
Aufgabe 1b	14
Aufgabe 2a	16
Aufgabe 2b	16
Aufgabe 3a	18
Aufgabe 3b	19

Wichtige Hinweise zum Copyright:

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und nur für die eigene Nutzung zugelassen. Kopieren und Vervielfältigen der vorliegenden Datei ist verboten ! Jede Nutzung in anderen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlags.

Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung vervielfältigt oder in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Ausgenommen von diesen Regelungen ist die **Verwendung für folgende Unterrichtszwecke:**

So dürfen Lehrkräfte die vorliegende Datei zu Unterrichtszwecken ausdrucken oder mit elektronischen Projektionsverfahren (wie Laptop und Beamer) einsetzen. Alle Schüler/innen einer nutzungsberechtigten Schule dürfen die Datei zu Lernzwecken nutzen.

Verstöße werden strafrechtlich verfolgt !

© Mathematik-Verlag 2026, Mosbach

Mathematik-Verlag Rainer Hild
Steige 44-2
74821 Mosbach

Internet: <https://matheverlag.com> E-Mail: info@matheverlag.com

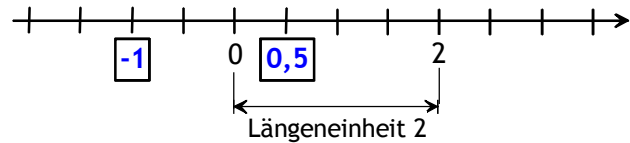
Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A1



Aufgabe 1:

Die fehlenden Zahlen der Kästchen:

Die Längeneinheit 2 ist auf dem Zahlenstrahl in 4 Abstände unterteilt (siehe Abbildung rechts). Der Abstand zweier benachbarter Striche entspricht daher der Längeneinheit 0,5 ($= 2 : 4$).



Somit gehört die **Zahl 0,5** in das rechte Kästchen und die **Zahl -1** ($= 2 \cdot (-0,5)$) in das linke Kästchen.

Aufgabe 2:

Die passenden Werte zu den Zahlen 15 % und 0,7:

Es ist $15\% = 15 : 100 = \frac{15}{100}$ und $0,7 = 7 \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{10}$.

Zur Erinnerung:

- Das Prozentzeichen „%“ steht für die Rechenoperation „geteilt durch 100“.
- Die erste Dezimalstelle einer Dezimalzahl steht für $\frac{1}{10}$, die zweite Dezimalstelle für $\frac{1}{100}$ usw.

Aufgabe 3:

Die passende Aussage zur Gleichung $a \cdot b = -2$:

Zur Lösung dieser Aufgabe muss man die Vorzeichenregeln der Multiplikation beachten:

- „minus mal plus = minus“ bzw. „plus mal minus = minus“
- „minus mal minus = plus“

Die **Aussage 1** ist somit falsch, weil beispielweise a negativ ist, wenn b positiv ist.

Die **Aussage 2** ist ebenfalls falsch, weil „minus mal minus = plus“ ergibt“.

Die **Aussage 3** ist richtig, weil „minus mal plus = minus“ ergibt“.

Die **Aussage 4** ist allein schon deshalb falsch, weil das Produkt zweier positiver Zahlen positiv ist und somit nicht -2 ergeben kann. Außerdem ist $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.

Ergebnis:

- ☐ Weder a noch b können negativ sein.
- ☐ Wenn a negativ ist, dann ist auch b negativ.
- ☒ Wenn a negativ ist, dann muss b positiv sein.
- ☐ Wenn a den Wert 2 hat, dann hat b den Wert $\frac{1}{2}$.

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A1



Aufgabe 4:

Der ursprüngliche Preis der Hose ist der Grundwert G und entspricht somit 100 %. Wenn die Hose um 70 % reduziert wurde, dann entspricht der neue Preis von 21 € also dem Prozentsatz $30 \% = 100 \% - 70 \%$. Mithilfe einer Dreisatzrechnung kann man daraus auf den Preis des Grundwerts G schließen:

$$\begin{array}{rcl}
 30 \% & \hat{=} & 21 \text{ €} \\
 : 30 & & \downarrow : 30 \\
 1 \% & \hat{=} & 21 \text{ €} : 30 \\
 \cdot 100 & & \downarrow \cdot 100 \\
 100 \% & \hat{=} & 70 \text{ €}
 \end{array}$$

Die Rechnung lautet also: $(21 \text{ €} : 30) \cdot 100$

Tipps zur Rechnung:

Man kann den Quotienten $21 \text{ €} : 30$ leicht berechnen, wenn man 21 € in 2100 Ct umwandelt.

Dann erhält man: $2100 \text{ Ct} : 30 = \frac{2100 \text{ Ct}}{30} = \frac{210 \text{ Ct}}{3} = 70 \text{ Ct}$ (Wegen $21 : 3 = 7$ ist $210 : 3 = 70$.)

Und 70 Ct mal 100 ergibt: $70 \text{ Ct} \cdot 100 = 7000 \text{ Ct}$ (Anfügen von zwei Nullen an 70.)

Und 7000 Ct sind schließlich 70 €. (Streichen von zwei Nullen zur Umrechnung in €.)

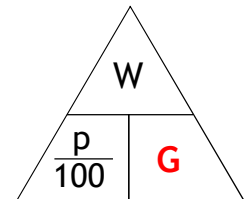
Ergebnis: Die Hose hat vorher **70 €** gekostet.

Alternative Berechnung:

Man kann den Grundwert G auch mit dem Formeldreieck und den Werten $W = 21 \text{ €}$ und $p \% = 30 \%$ berechnen.

Einsetzen von $W = 21 \text{ €}$ und $p = 30$ in die Formel $G = \frac{W}{p/100}$ ergibt:

$$G = \frac{21 \text{ €}}{30/100} = \frac{21 \text{ €}}{0,30} = \frac{2100 \text{ €}}{30} = 70 \text{ €}$$



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt (hier den Grundwert G), zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

$$\text{Hier also } \frac{W}{p/100}.$$

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A1



Aufgabe 5:

Hinweis: Zur einfachen Lösung dieser Aufgabe muss man voraussetzen, dass es sich bei dem Viereck mit den zwei Seitenlängen 20 cm um ein Quadrat handelt. Dies wird in der Aufgabenstellung nicht ausdrücklich erwähnt, auch wenn die Zeichnung dies nahe legt. Prinzipiell könnte es sich beispielsweise auch um ein Parallelogramm handeln. Dann wäre die Lösung viel aufwändiger und umständlicher (siehe Lösungsvarianten 3 und 4).

Lösungsvariante 1: mit den verlängerten Diagonalen des Quadrats

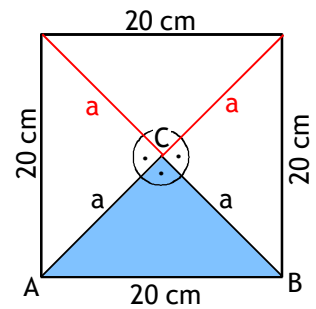
Weil die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{BC}$ senkrecht zueinander stehen, müssen sie auf den Diagonalen des Quadrats liegen (siehe Figur 1). Der Punkt C ist darin der Mittelpunkt der Diagonalen. Das Dreieck ABC ist also eines der 4 gleichen Dreiecke, aus denen das Quadrat besteht. Somit ist das **Dreieck ABC** der 4.-te Teil des Quadrats.

Der Flächeninhalt des Quadrats ist $A_Q = 20 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} = 400 \text{ cm}^2$.

Somit folgt für den Flächeninhalt des Dreiecks ABC:

$$A_{ABC} = 400 \text{ cm}^2 : 4 = \mathbf{100 \text{ cm}^2}$$

Ergebnis: Das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt $A_{ABC} = \mathbf{100 \text{ cm}^2}$.



Figur 1

Lösungsvariante 2: mit der Höhe h auf der Grundseite $\overline{AB} = 20 \text{ cm}$

Wenn man auf die Grundseite $\overline{AB} = 20 \text{ cm}$ die Höhe h einträgt, gilt für den Flächeninhalt des Dreiecks ABC (siehe Figur 2):

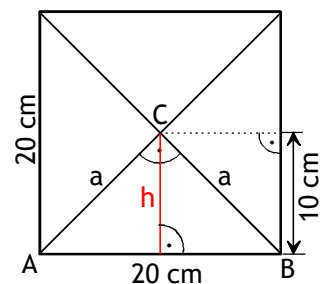
$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ cm} \cdot h = 10 \text{ cm} \cdot h$$

Weil der Punkt C die Mitte des Quadrats ist, gilt: $h = \mathbf{10 \text{ cm}}$ (siehe Figur 2)

Einsetzen von $h = \mathbf{10 \text{ cm}}$ in die Formel $A_{ABC} = 10 \text{ cm} \cdot h$ ergibt:

$$A_{ABC} = 10 \text{ cm} \cdot \mathbf{10 \text{ cm}} = \mathbf{100 \text{ cm}^2}$$

Ergebnis: Das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt $A_{ABC} = \mathbf{100 \text{ cm}^2}$.



Figur 2

Lösungsvariante 3 (umständlich): mit den Katheten des Dreiecks

In jedem *rechtwinkligen* Dreieck kann man die eine Kathete als Grundseite und die andere Kathete als Höhe des Dreiecks betrachten.

Für den Flächeninhalt des Dreiecks ABC gilt dann: $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{1}{2} \cdot a^2$

Den Wert von a^2 kann man mit dem Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck ABC berechnen. Darin gilt (siehe Figur 3):

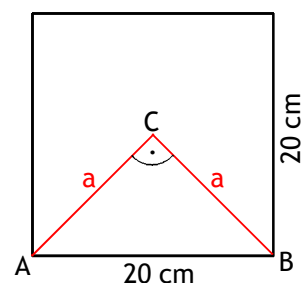
$$a^2 + a^2 = (20 \text{ cm})^2$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 = 400 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \mathbf{200 \text{ cm}^2}$$

Einsetzen von $a^2 = \mathbf{200 \text{ cm}^2}$ in die Formel $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a^2$ ergibt: $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{200 \text{ cm}^2} = \mathbf{100 \text{ cm}^2}$

Ergebnis: Das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt $A_{ABC} = \mathbf{100 \text{ cm}^2}$.



Figur 3

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A1



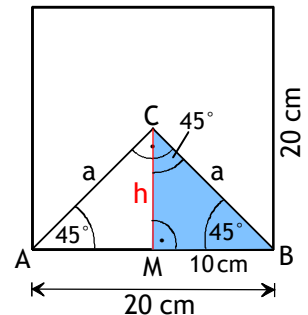
Lösungsvariante 4 (umständlich): mit der Höhe h auf der Grundseite $\overline{AB} = 20 \text{ cm}$

Wenn man auf die Grundseite $\overline{AB} = 20 \text{ cm}$ die Höhe h einträgt, gilt für den

Flächeninhalt des Dreiecks ABC: $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ cm} \cdot h = 10 \text{ cm} \cdot h$

Den Wert von h kann man mit folgender Überlegung bestimmen (s. Figur 4):

Weil das Dreieck ABC gleichschenkelig ist, müssen dessen Basiswinkel α und β jeweils 45° sein. Dies folgt aus der Summe der Innenwinkel ($= 180^\circ$) eines Dreiecks. Außerdem muss man beachten, dass die Höhe h in dem gleichschenkligen Dreieck ABC den Winkel $\gamma = 90^\circ$ halbiert. Somit sind auch im **Dreieck MBC** die Basiswinkel gleich groß - nämlich 45° (siehe Figur 4).



Figur 4

Das heißt, dass auch das Dreieck MBC gleichschenkelig ist mit den Schenkeln $h = \overline{MB}$.

Weil nun im gleichschenkligen Dreieck ABC die Höhe h die Grundseite $\overline{AB} = 20 \text{ cm}$ halbiert, ist $\overline{MB} = 10 \text{ cm}$ und damit auch $h = 10 \text{ cm}$.

Einsetzen von $h = 10 \text{ cm}$ in die Formel $A_{ABC} = 10 \text{ cm} \cdot h$ ergibt: $A_{ABC} = 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2$

Ergebnis: Das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt $A_{ABC} = 100 \text{ cm}^2$.

Aufgabe 6:

Das Volumen des Körpers:

Der Körper ist ein Quader mit dem Volumen V_Q , dem ein Dreiecksprisma mit dem Volumen V_P abgeschnitten wurde (siehe Figur 1). Für das Volumen V_K des Körpers gilt also: $V_K = V_Q - V_P$

- Das Volumen des Quaders ist:

$$V_Q = 1 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^3$$

- Für das Volumen des Dreiecksprismas gilt: $V_P = G \cdot h$

Die **Höhe** h dieses Prismas ist $h = 1 \text{ cm}$ (siehe Figur 2).

Die **Grundfläche** G des Prismas ist ein gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck, dessen Katheten jeweils 4 cm lang sind (siehe Figur 3).

In jedem *rechtwinkligen* Dreieck kann man die eine Kathete als Grundseite und die andere Kathete als Höhe des Dreiecks betrachten. Für den Flächeninhalt der Grundfläche G gilt dann:

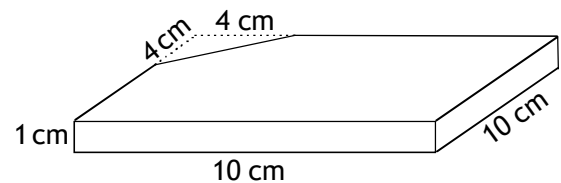
$$G = \frac{1}{2} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = \frac{1}{2} \cdot 16 \text{ cm}^2 = 8 \text{ cm}^2$$

Einsetzen von $G = 8 \text{ cm}^2$ und $h = 1 \text{ cm}$ in $V_P = G \cdot h$ ergibt:

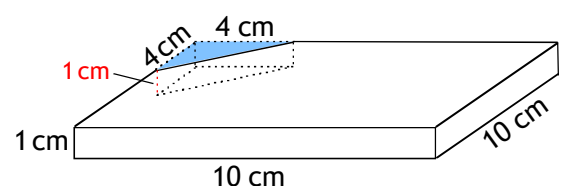
$$V_P = 8 \text{ cm}^2 \cdot 1 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^3$$

Für das gesuchte Volumen $V_K = V_Q - V_P$ des Körpers folgt somit: $V_K = 100 \text{ cm}^3 - 8 \text{ cm}^3 = 92 \text{ cm}^3$

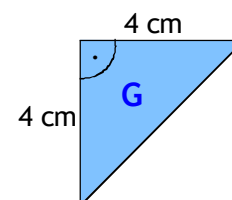
Ergebnis: Der Körper hat das Volumen $V_K = 92 \text{ cm}^3$.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A1



Aufgabe 7:

Die Lösung der Gleichung:

$$\begin{aligned}
 8 + 4x - 0,5 &= 5x + 3,5 + x && | \text{Zusammenfassen der Terme. Man beachte dabei: } x = 1x \\
 \Leftrightarrow 7,5 + 4x &= 6x + 3,5 && | -4x - 3,5 \\
 \Leftrightarrow 7,5 - 3,5 &= 6x - 4x && | \text{Zusammenfassen der Terme} \\
 \Leftrightarrow 4 &= 2x && | :2 \\
 \Leftrightarrow 2 &= x \text{ bzw. } x = 2
 \end{aligned}$$

Ergebnis: Die Lösung der Gleichung ist $x = 2$.

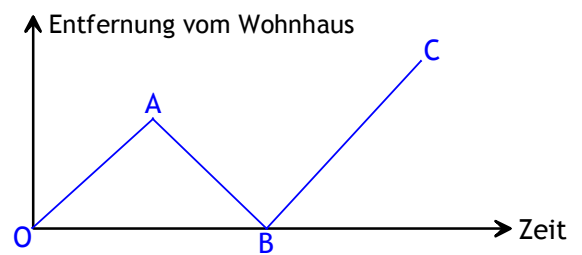
Aufgabe 8:

Der Graph, der zu der Geschichte passt:

Die erste Etappe ist im Schaubild der **Abschnitt OA**, als Zara zur Schule ging (siehe Figur 1). Ihre Entfernung zum Wohnhaus nimmt mit der Zeit zu.

Im Punkt A merkt sie, dass sie ihre Schultasche vergessen hat und kehrt zurück. Der **Abschnitt AB** steht für den Rückweg. Ihre Entfernung zum Wohnhaus nimmt mit der Zeit wieder ab. Im Punkt B ist sie wieder am Wohnhaus angekommen.

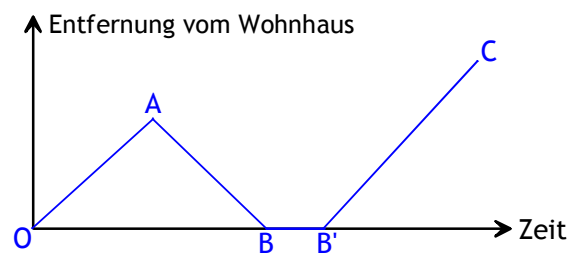
Ab dem **Punkt B** entfernt sie sich wieder vom Wohnhaus, weil sie wieder in Richtung Schule geht. Der **Punkt C** markiert die Ankunft Zaras in der Schule.



Figur 1

Alternative Lösung:

Wenn man berücksichtigt, dass Zara bei ihrer Rückkehr im Wohnhaus eine gewisse Zeit braucht, um ihre Tasche zu holen, enthält der Graph noch einen waagrechten **Abschnitt BB'** (siehe Figur 2). Während dieser Zeit ist die Entfernung zum Wohnhaus natürlich 0.



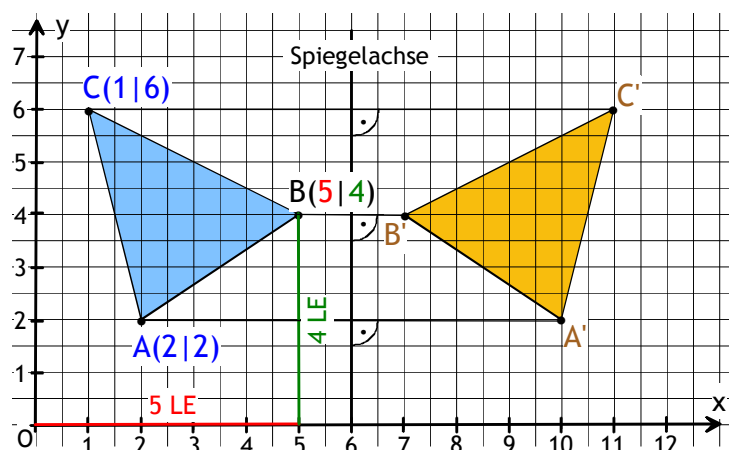
Figur 2

Aufgabe 9:

Das Spiegelbild der Figur:

Die linke Koordinate eines Punktes ist die x-Koordinate. Die rechte Koordinate die y-Koordinate (siehe Beispiel des Punkts B).

Zum Spiegeln eines Punktes muss man den Abstand des Punktes zur Spiegelachse auf der anderen Seite abtragen (siehe Schaubild). Die Verbindung zwischen Punkt und Spiegelpunkt muss jeweils senkrecht zur Spiegelachse stehen.



Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A1



Aufgabe 10:

Das Diagramm, das zu der Tabelle passt:

Um das richtige Diagramm der Tabelle zuordnen zu können, muss man zunächst die relativen Häufigkeiten der jeweiligen Wünsche bestimmen - und zwar als vollständig gekürzte Brüche. Man erhält dabei:

	Brezel	Käsebrot	Wurstbrot	Nusshörnchen
Anzahl der Wünsche	20	30	30	40
relative Häufigkeiten	$\frac{20}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{40}{120}$

Kürzen der relativen Häufigkeiten:

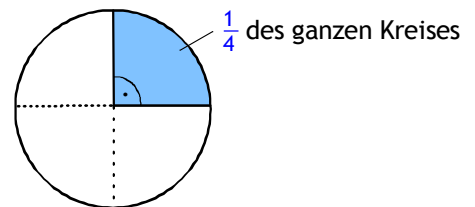
Brezel: $\frac{20}{120} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (Hinweis: Es wurde zuerst mit 10 und dann mit 2 gekürzt.)

Käsebrot: $\frac{30}{120} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (Hinweis: Es wurde zuerst mit 10 und dann mit 3 gekürzt.)

Wurstbrot: $\frac{30}{120} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (Hinweis: Es wurde zuerst mit 10 und dann mit 3 gekürzt.)

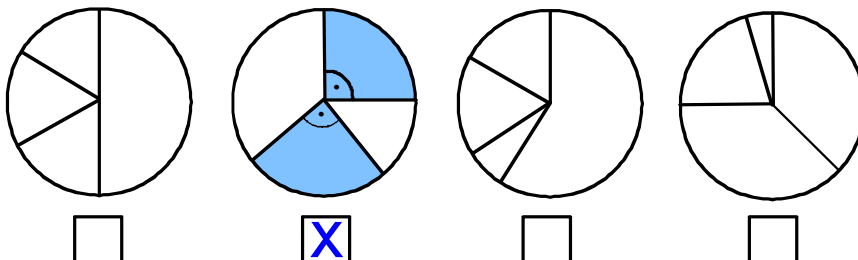
Nusshörnchen: $\frac{40}{120} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (Hinweis: Es wurde zuerst mit 10 und dann mit 4 gekürzt.)

Um nun das richtige Diagramm zu finden, muss man wissen, dass der Bruch $\frac{1}{4}$ dem rechts abgebildeten **Kreisausschnitt** entspricht. Der Mittelpunktswinkel ist darin 90° .



Da sowohl Käsebrot als auch Wurstbrot die relative Häufigkeit

$\frac{1}{4}$ haben, muss man nun dasjenige Diagramm suchen, wo zwei Kreisausschnitte mit dem Mittelpunktswinkel 90° vorkommen. Das ist das **zweite Diagramm** von links:



Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A2



Aufgabe 1:

Der Zuwachs der Miete zwischen den Jahren 2002 und 2022:

Zunächst sollte man die Mieten in den Jahren 2002 und 2022 für eine 86 m² große Wohnung berechnen.

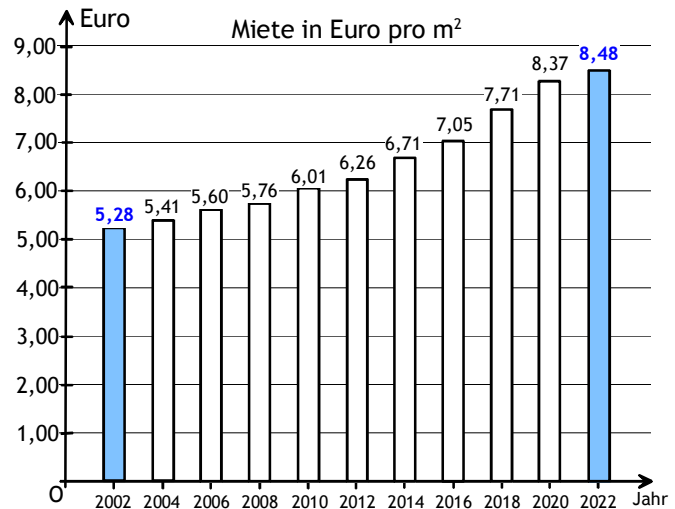
Im Jahr 2002 betrug die Miete pro m² laut Diagramm **5,28 €** (siehe rechts). Die Miete für 86 m² betrug somit $5,28 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} \cdot 86 \text{ m}^2 = 454,08 \text{ €}$.

Im Jahr 2022 betrug die Miete pro m² laut Diagramm **8,48 €** (siehe rechts). Die Miete für 86 m² betrug somit $8,48 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} \cdot 86 \text{ m}^2 = 729,28 \text{ €}$.

Der Unterschied der Mieten war also:

$$729,28 \text{ €} - 454,08 \text{ €} = 275,20 \text{ €}$$

Ergebnis: Die Miete für eine 86 m² große Wohnung lag im Jahr 2022 um **275,20 €** höher als im Jahr 2002.



Überprüfung von Herrn Rudolchs Behauptung:

Lösungsmöglichkeit 1:

Man berechnet zunächst den Preisunterschied der Mieten pro m². Man erhält (siehe Diagramm rechts):

$$8,48 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} - 6,26 \frac{\text{€}}{\text{m}^2} = 2,22 \frac{\text{€}}{\text{m}^2}$$

Das ist der Prozentwert $W = 2,22 \text{ €/m}^2$.

Der Grundwert ist der ursprüngliche Preis im Jahr 2012, nämlich $G = 6,26 \text{ €/m}^2$.

Mit dem Formeldreieck der Prozentrechnung erhält man dann durch Einsetzen von $W = 2,22 \text{ €/m}^2$

und $G = 6,26 \text{ €/m}^2$ in die Formel $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$:

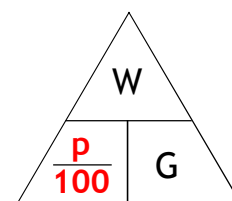
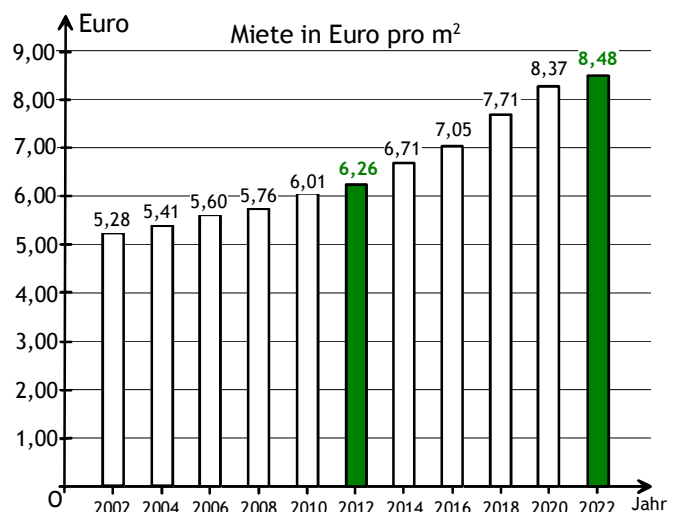
$$\frac{p}{100} = \frac{2,22}{6,26}$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{100} = 0,355 \quad | \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow p = 35,5 \quad \text{bzw.} \quad p \% = 35,5 \%$$

Ergebnis:

Der Preis ist vom Jahr 2012 bis zum Jahr 2022 um **35,5 %** (> 30 %) gestiegen. Herr Rudolph hat also recht.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis: Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt, zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

$$\text{Hier also} \quad \frac{p}{100} = \frac{W}{G}$$

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A2



Lösungsmöglichkeit 2:

Man kann den prozentualen Preisanstieg auch mit der Formel $G_+ = q \cdot G$ berechnen. Darin ist G_+ der erhöhte Grundwert - hier also $G_+ = 8,48 \text{ €/m}^2$.

Der ursprüngliche Preis ist der Grundwert - hier also $G = 6,26 \text{ €/m}^2$.

Der Faktor q ist der **Veränderungsfaktor** $q = 1 + \frac{p}{100}$, an dem man die Prozentzahl p leicht ablesen kann (siehe unten).

Einsetzen von $G_+ = 8,48 \text{ €/m}^2$ und $G = 6,26 \text{ €/m}^2$ in die Formel $G_+ = q \cdot G$ ergibt:

$$8,48 = q \cdot 6,26 \quad | : 6,26$$

$$\Leftrightarrow 1,355 = q \text{ bzw. } q = 1,355$$

Indem man nun in der Dezimalzahl „1,355“ das Komma um zwei Stellen nach rechts verschiebt und die „1“ weglässt, erhält man ganz einfach die Prozentzahl $p = 35,5$ bzw. $p \% = 35,5 \%$.

Ergebnis: Der Preis ist vom Jahr 2012 bis zum Jahr 2022 um **35,5 %** ($> 30 \%$) gestiegen. Herr Rudolph hat also recht.

Aufgabe 2:

Die Breite und Länge der Holzplatte:

Am kleinsten ist die Holzplatte, wenn man die Kreise so anordnet wie in Figur 1 dargestellt.

Für die Länge l der Holzplatte gilt dann: $l = 4 \cdot r$

Für die Breite b gilt: $b = 2 \cdot r$

Den Radius r eines Kreises kann man mit dem angegebenen Flächeninhalt $A = 908 \text{ cm}^2$ und der Formel $A = \pi \cdot r^2$ berechnen.

Einsetzen von $A = 908 \text{ cm}^2$ in $A = \pi \cdot r^2$ ergibt:

$$908 \text{ cm}^2 = \pi \cdot r^2 \quad | : \pi$$

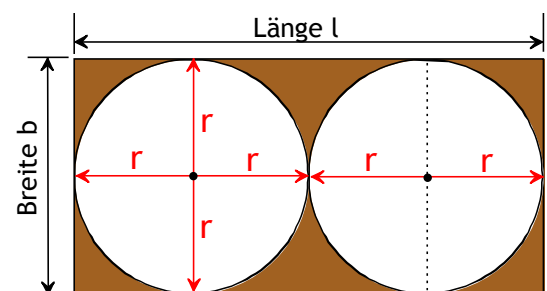
$$\Leftrightarrow 289,03 \text{ cm}^2 = r^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\Rightarrow 17,0 \text{ cm} = r \text{ bzw. } r = 17,0 \text{ cm}$$

Für die Länge $l = 4 \cdot r$ erhält man damit: $l = 4 \cdot 17 \text{ cm} = 68 \text{ cm}$

Für die Breite $b = 2 \cdot r$ folgt: $b = 2 \cdot 17 \text{ cm} = 34 \text{ cm}$

Ergebnis: Die Holzplatte muss mindestens **68 cm lang** und **34 cm breit** sein.



Figur 1

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A2



Aufgabe 3:

Die Winkel δ und ε in dem abgebildeten Drachen:

Um die Winkel δ und ε bestimmen zu können, muss man folgende Eigenschaften eines Drachens beachten (siehe Figur 1):

- Die **Längsachse e** halbiert die Winkel an ihren Endpunkten.
- Die Winkel an den Enden der **Querachse f** sind gleich groß. (Hinweis: Dies ist deshalb so, weil die Längsachse e die Symmetrieachse des Drachens ist.)

Außerdem muss man wissen, dass die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks immer 180° ergibt.

Berechnung des Winkels δ :

Die Achse e halbiert den unteren Winkel 40° des Drachens (siehe Figur 2). Der **Winkel δ** kann dann mit der Summe der Innenwinkel in dem blauen Dreieck der Figur 2 berechnet werden. Es gilt: $\delta + 90^\circ + 20^\circ = 180^\circ$

Umformen der Gleichung nach δ ergibt:

$$\begin{aligned}\delta + 90^\circ + 20^\circ &= 180^\circ \\ \Leftrightarrow \delta + 110^\circ &= 180^\circ \quad | -110^\circ \\ \Leftrightarrow \delta &= 70^\circ\end{aligned}$$

Berechnung des Winkels ε :

Der **Winkel ε** kann mit der Summe der Innenwinkel in dem orange markierten Dreieck der Figur 3 berechnet werden, wenn man den Winkel γ kennt.

Für die Summe der Innenwinkel gilt (siehe Figur 3): $\varepsilon + 90^\circ + \gamma = 180^\circ$

Den **Winkel γ** kann man mit den Symmetrieeigenschaften des Drachens berechnen. Es gilt nämlich (siehe Figur 3): $\gamma + 70^\circ = 125^\circ$

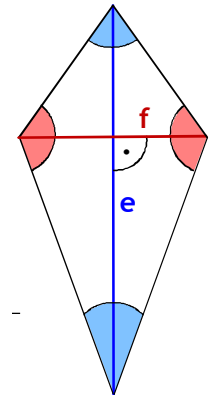
Umformen nach γ ergibt:

$$\begin{aligned}\gamma + 70^\circ &= 125^\circ \quad | -70^\circ \\ \Leftrightarrow \gamma &= 55^\circ\end{aligned}$$

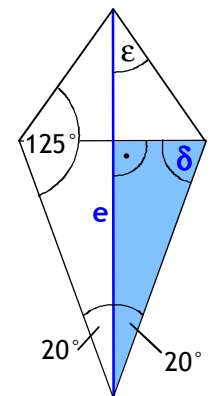
Einsetzen von $\gamma = 55^\circ$ in die Gleichung $\varepsilon + 90^\circ + \gamma = 180^\circ$ ergibt:

$$\begin{aligned}\varepsilon + 90^\circ + 55^\circ &= 180^\circ \\ \Leftrightarrow \varepsilon + 145^\circ &= 180^\circ \quad | -145^\circ \\ \Leftrightarrow \varepsilon &= 35^\circ\end{aligned}$$

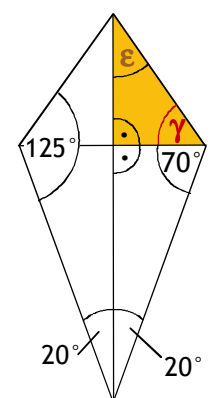
Ergebnis: Die Winkel δ und ε sind: $\delta = 70^\circ$ und $\varepsilon = 35^\circ$.



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A2



Aufgabe 4:

Die Tabelle mit der proportionalen Zuordnung:

Lösungsweg 1:

Man setzt in der ersten Spalte für $x = 1$ und berechnet dann mit der Beziehung $1 \hat{=} 0,80$ die fehlenden y -Werte zu den x -Werten $x = 3$ und $x = 5$.

x		3	5
y	0,80		

$$\begin{array}{c} \cdot 3 \quad \left(\begin{array}{c} 1 \hat{=} 0,80 \\ \downarrow \\ 3 \hat{=} 2,40 \end{array} \right) \cdot 3 \quad \bigg| \quad \cdot 5 \quad \left(\begin{array}{c} 1 \hat{=} 0,80 \\ \downarrow \\ 5 \hat{=} 4,00 \end{array} \right) \cdot 5 \end{array}$$

Ergebnis: Eine mögliche Ergänzung der Tabelle ist:

x	1	3	5
y	0,80	2,40	4,00

Lösungsweg 2:

Bei einer proportionalen Zuordnung ist der **Quotient** $y : x$ immer konstant. Wenn man also in der ersten Spalte beispielsweise für $x = 0,8$ wählt, muss der Wert dieses Quotienten bei jeder Zuordnung immer $1 (= 0,80 : 0,80)$ ergeben. Damit erhält man sofort die fehlenden y -Werte 3 und 5.

Ergebnis: Eine mögliche Ergänzung der Tabelle ist:

x	0,80	3	5
y	0,80	3	5

Hinweis:

Es gibt unendlich viele Möglichkeiten, die Tabelle zu ergänzen. Jede Lösung, bei der der Quotient $y : x$ konstant ist, ist richtig. (Beim Lösungsweg 1 ist dieser Quotient $y : x = 0,80$.)

Die Tabelle mit der antiproportionalen Zuordnung:

Lösungsweg 1:

Man setzt in der ersten Spalte für $x = 1$ und berechnet dann mit der Beziehung $1 \hat{=} 5$ die fehlenden y -Werte zu den x -Werten $x = 60$ und $x = 15$.

x		60	15
y	5		

Man beachte dabei aber, dass man auf der rechten Seite die umgekehrte Rechenoperation (also geteilt) durchführen muss !

$$\begin{array}{c} \cdot 60 \quad \left(\begin{array}{c} 1 \hat{=} 5 \\ \downarrow \\ 60 \hat{=} 5:60 \end{array} \right) : 60 \quad \bigg| \quad \cdot 15 \quad \left(\begin{array}{c} 1 \hat{=} 5 \\ \downarrow \\ 15 \hat{=} 5:15 \end{array} \right) : 15 \end{array}$$

Die Quotienten $5 : 60$ und $5 : 15$ sollten dann allerdings als Brüche geschrieben werden:

$$5 : 60 = \frac{5}{60} = \frac{1}{12} \quad \text{und} \quad 5 : 15 = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Ergebnis: Eine mögliche Ergänzung der Tabelle ist:

x	1	60	15
y	5	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$

Lösungen zur Prüfung 2024: Pflichtteil A2



Lösungsweg 2:

Bei einer antiproportionalen Zuordnung ist das **Produkt** $y \cdot x$ immer konstant. Wenn man also in der ersten Spalte beispielsweise für $x = 12$ wählt, muss der Wert dieses Produkts bei jeder Zuordnung immer 60 ($= 5 \cdot 12$) ergeben. Damit erhält man sofort die fehlenden y -Werte 1 (wegen $60 \cdot 1 = 60$) und 4 (wegen $15 \cdot 4 = 60$).

Ergebnis: Eine mögliche Ergänzung der Tabelle ist:

x	12	60	15
y	5	1	4

Hinweis:

Es gibt unendlich viele Möglichkeiten, die Tabelle zu ergänzen. Jede Lösung, bei der das Produkt $y \cdot x$ konstant ist, ist richtig.

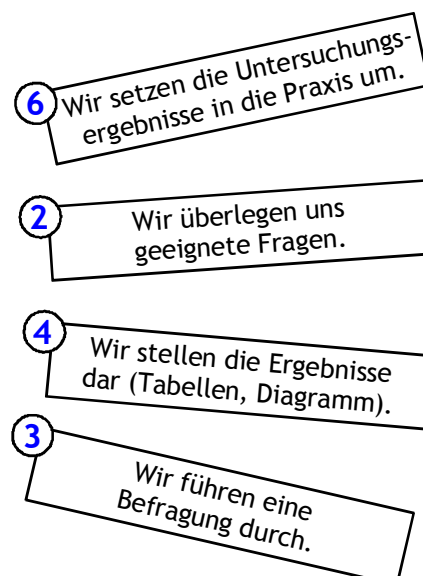
Aufgabe 5:

Die richtige Reihenfolge der Planungskarten:

Die Planungskarten, auf denen von Ergebnissen die Rede ist, müssen erst weiter hinten kommen. Denn bevor man Ergebnisse bekommt, muss man eine Befragung logischerweise erst einmal durchführen. Bevor man aber eine Befragung durchführen kann, sollte man sich geeignete Fragen überlegen.

- Die Planungskarte „*Wir überlegen uns geeignete Fragen*“ erhält daher die Nummer 2.
- Sobald man sich geeignete Fragen überlegt hat, folgt darauf direkt die Durchführung der Befragung. Die Planungskarte „*Wir führen eine Befragung durch*“ erhält also die Nummer 3.
- Durch die Befragung erhält man dann bestimmte Ergebnisse. Vor deren Bewertung (Nr. 5) muss man aber erst einmal einen Überblick über die Ergebnisse bekommen. „*Wir stellen die Ergebnisse dar*“ folgt daher als Schritt 4.
- Und die „*Umsetzung der Ergebnisse in die Praxis*“ ist natürlich der letzte Schritt (Nr. 6).

Ergebnis: Die Nummerierung der Planungskarten ist folgende:





Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 1

Aufgabe 1a:

Die mögliche Anzahl für die Farben der Murmeln:

Für die Wahrscheinlichkeit einer Murmelfarbe gilt die Formel:

$$\frac{\text{Anzahl der Murmeln einer Farbe}}{\text{Anzahl aller Murmeln}}$$

Wenn man alle angegebenen Wahrscheinlichkeiten als Brüche schreibt und auf einen gemeinsamen Nenner bringt, gibt der Nenner dieser Brüche die Anzahl aller Murmeln an. Die jeweiligen Zähler dieser Brüche stehen dann für die Anzahl der jeweiligen Murmelfarbe.

Die Wahrscheinlichkeiten als Brüche sind:

- Wahrscheinlichkeit der **blauen Murmeln** = $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
- Wahrscheinlichkeit der **grünen Murmeln** = $\frac{1}{6}$
- Wahrscheinlichkeit der **gelben Murmeln** = $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$
- Wahrscheinlichkeit der **roten Murmeln** = $\frac{1}{12}$

Wenn man nun nicht sofort erkennt, dass die Zahl 12 ein gemeinsames Vielfaches der Nenner 4; 6; 2 und 12 ist, kann man dieses gemeinsame Vielfache auch folgendermaßen bestimmen:

Möglichkeit 1: Man geht vom größten Nenner aus (also 12) und prüft, ob die anderen Nenner Teiler von 12 sind. Man erhält: $12:2 = 6$; $12:6 = 2$ und $12:4 = 3$

Somit ist 12 ein gemeinsames Vielfache aller Nenner.

(Hinweis: Falls dies nicht so wäre, müsste man diesen Test mit den Vielfachen von 12 durchführen. Also zuerst mit 24; dann eventuell mit 36 usw.)

Möglichkeit 2: Man schreibt einfach die Reihen aller Nenner nebeneinander auf und vergleicht, welche Zahl in *allen* Reihen vorkommt:

2er-Reihe	4er-Reihe	6er-Reihe	12er-Reihe
2	4	6	12
4	8	12	24
6	12	18	36
8	16	24	48
10	20	30	
12	24	36	
14	28	42	

Man erhält das kleinste gemeinsame Vielfache **12**. Eine mögliche Anzahl aller Murmeln ist also 12.

Um die Anzahl der jeweiligen Murmelfarbe zu bestimmen, muss man nun noch die einzelnen Wahrscheinlichkeiten auf den Nenner 12 erweitern. Man erhält:

Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 1



- Wahrscheinlichkeit der **blauen Murmeln** = $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$
- Wahrscheinlichkeit der **grünen Murmeln** = $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}$
- Wahrscheinlichkeit der **gelben Murmeln** = $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \frac{6}{12}$
- Wahrscheinlichkeit der **roten Murmeln** = $\frac{1}{12}$

Die Zähler in den Brüchen mit Nenner 12 geben nun die Anzahl der jeweiligen Murmelfarbe an.

Ergebnis:

blaue Murmeln: 3 ; gelbe Murmeln: 6 ; grüne Murmeln: 2 ; rote Murmeln: 1

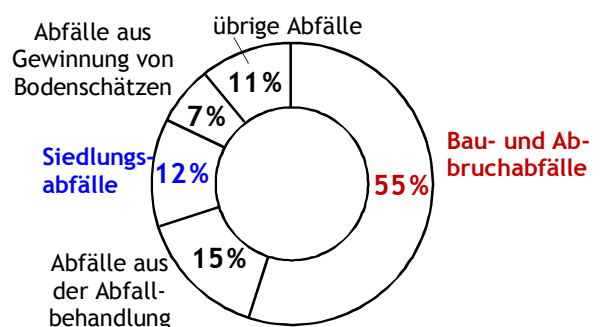
Hinweis: Jedes Vielfache dieser Zahlen ist auch eine mögliche Lösung.

Aufgabe 1b:

Die Menge an Haushaltsabfällen:

Die Menge der Haushaltsabfälle muss man in drei Schritten berechnen:

- 1.) Zunächst muss man die **Gesamtmenge der Abfälle** (= 100 %) mithilfe der **227 Millionen Tonnen** Bau- und Abbruchabfälle (= **55 %**) berechnen.
- 2.) Anschließend kann man die **Menge der Siedlungsabfälle** berechnen. Denn laut dem Diagramm sollen die Siedlungsabfälle **12 %** der gesamten Abfälle ausmachen.
- 3.) Und schließlich muss man 80 % von den Siedlungsabfällen berechnen. Das Ergebnis ist laut Aufgabenstellung die **Menge der Haushaltsabfälle**.



Erster Schritt: Die Gesamtmenge aller Abfälle

Mit der Beziehung, dass 227 Millionen Tonnen dem **Prozentsatz 55 %** entsprechen, erhält man mit einer Dreisatzrechnung:

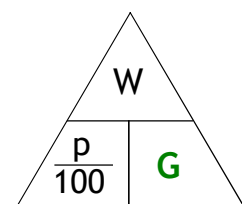
$$\begin{array}{lcl}
 : 55 & \begin{array}{c} 55 \% \hat{=} 227 \text{ Mio. t} \\ 1 \% \hat{=} 4,127 \text{ Mio. t} \end{array} & : 55 \\
 \cdot 100 & \begin{array}{c} 100 \% \hat{=} 412,7 \text{ Mio. t} \end{array} & \cdot 100
 \end{array}$$

Alternativ dazu kann man auch die Werte $W = 227 \text{ Mio. t}$ und $p \% = 55 \%$

in die Formel $G = \frac{W}{p/100}$ einsetzen (siehe Formeldreieck). Man erhält:

$$G = \frac{227 \text{ Mio. t}}{0,55} = 412,7 \text{ Mio. t}$$

Das ist die **Gesamtmenge aller Abfälle**.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis:

Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt (hier den Grundwert G), zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

$$\text{Hier also } G = \frac{W}{p/100}.$$

Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 1



Zweiter Schritt: Die Menge der Siedlungsabfälle

Die Menge der gesamten Abfälle ist der Grundwert $G = 412,7 \text{ Mio. t}$. Der Prozentsatz ist $p \% = 12 \%$. Die Menge der Siedlungsabfälle sind der gesuchte **Prozentwert W** .

$$12 \% \text{ von } 412,7 \text{ Mio. t sind } \frac{12}{100} \cdot 412,7 \text{ Mio. t} = \mathbf{49,524 \text{ Mio. t}}$$

Dieselbe Formel erhält man mithilfe des Formeldreiecks (siehe rechts).

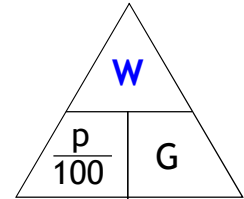
Das ist die **Menge der Siedlungsabfälle**.

Dritter Schritt: Die Menge der Haushaltsabfälle

80 % der Siedlungsabfälle sollen laut Aufgabenstellung Haushaltsabfälle sein. Die Menge der Siedlungsabfälle sind nun der Grundwert $G = 49,524 \text{ Mio. t}$. Der Prozentsatz ist $p \% = 80 \%$.

$$80 \% \text{ von } 49,524 \text{ Mio. t sind } \frac{80}{100} \cdot 49,524 \text{ Mio. t} = \mathbf{39,62 \text{ Mio. t}}$$

Ergebnis: Die Menge der Haushaltsabfälle beträgt **39,62 Mio. t**.



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis:

Wenn man im „Formeldreieck“ die gesuchte Größe abdeckt (hier den Prozentwert W), zeigt das „Formeldreieck“ die Formel zur Berechnung dieser gesuchten Größe an.

$$\text{Hier also } \mathbf{W} = \frac{p}{100} \cdot G.$$

Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 2



Aufgabe 2a:

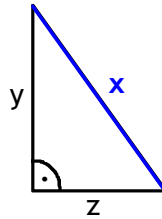
Die Dreiecke, wo der Satz des Pythagoras gilt:

Damit der Satz des Pythagoras angewendet werden kann, muss ein Dreieck rechtwinklig sein. Das Dreieck oben rechts scheidet somit aus. Alle anderen Dreiecke sind rechtwinklig.

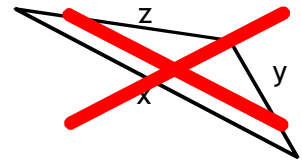
Der Satz des Pythagoras lautet allgemein:

Hypotenuse² = erste Kathete² + zweite Kathete²

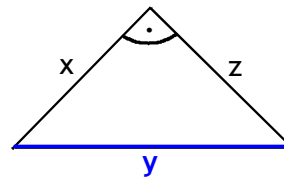
Die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks erkennt man daran, dass sie gegenüber dem rechten Winkel liegt bzw. die längste Seite des Dreiecks ist. In der Zeichnung rechts wurde die **Hypotenuse** jeweils blau markiert.



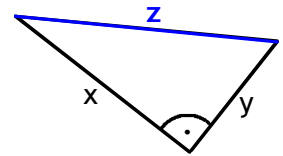
Gleichung: $x^2 = y^2 + z^2$



Gleichung: _____



Gleichung: $y^2 = x^2 + z^2$

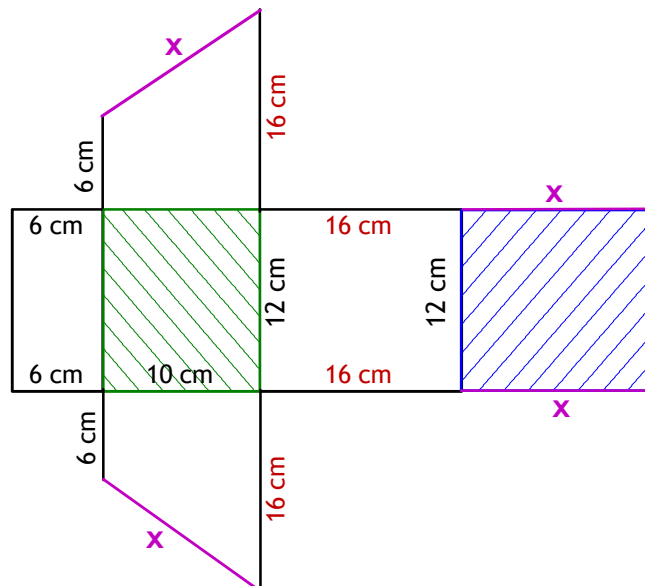
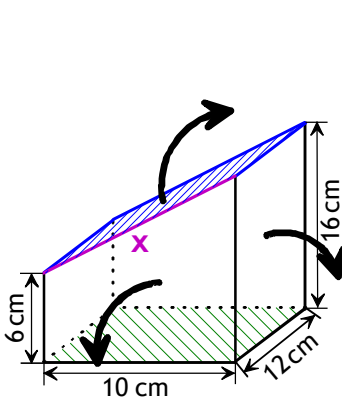


Gleichung: $z^2 = x^2 + y^2$

Aufgabe 2b:

Das Netz des Prismas:

Das Netz des Prismas erhält man, indem man von der rechteckigen **Grundfläche** ausgeht und die Vorderseite (Trapez) in Gedanken nach vorne klappt und die Rückseite (Trapez) nach hinten klappt. Die beiden rechteckigen Seitenflächen des Bauklotzes klappt man in Gedanken nach links bzw. rechts. Den **rechteckigen Deckel** kann man der rechten oder linken Seitenfläche anfügen.



Hinweis:

Die Längen müssen in der Skizze nicht so lang sein, wie in der Zeichnung angegeben. Die Längen, die mit „16 cm“ beschriftet sind, sollten in der Skizze aber schon gleich lang sein. Das Gleiche gilt für die Längen, die mit „6 cm“ bzw. mit „x“ beschriftet sind.

Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 2



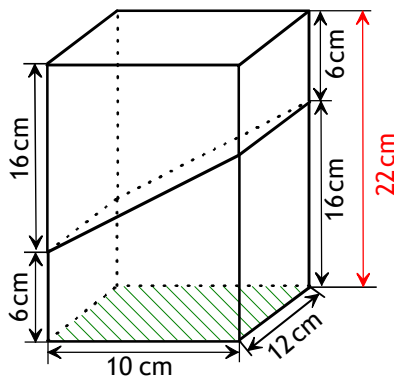
Die größtmögliche Anzahl der Bauklötze, die in die Kiste passen:

Die Zeichnung rechts zeigt die Grundfläche eines Bauklotzes und die Grundfläche der Kiste (siehe Figur 1).

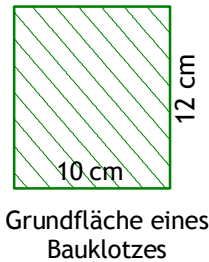
Die Kiste ist zweimal so breit wie ein Bauklotz ($2 \cdot 12 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$) und dreimal so lang ist wie ein Bauklotz ($3 \cdot 10 \text{ cm} = 30 \text{ cm}$).

Daher passen am meisten Bauklötze in die Kiste, wenn man sie so anordnet, wie in Figur 2 abgebildet.

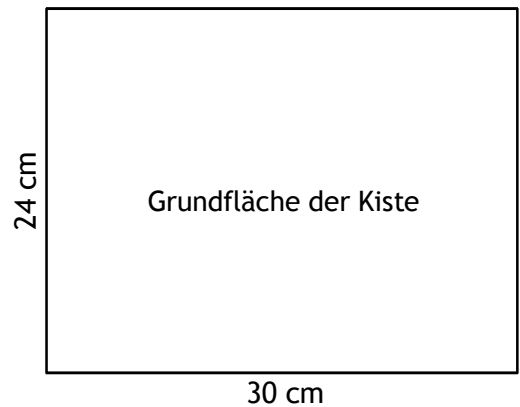
Um die **Höhe (= 22 cm)** der Kiste optimal auszunutzen, sollte man immer zwei Bauklötze so stapeln, dass ihre schrägen Flächen aufeinander liegen (siehe Figur 3):



Figur 3

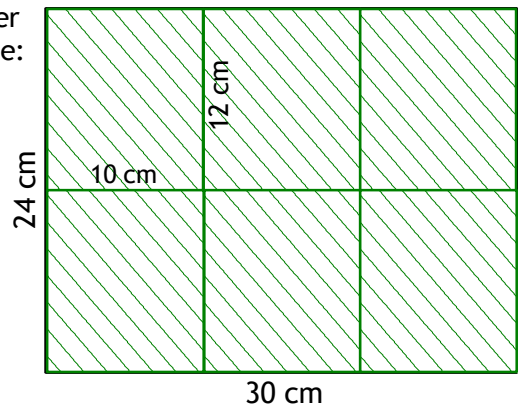


Grundfläche eines Bauklotzes



Figur 1

Dichteste Packung der Bauklötze in der Kiste:
(Blick von oben)



Figur 2

Im besten Fall bekommt man also zwei Schichten an Bauklötzen in die Kiste. Das sind dann insgesamt $2 \cdot 6 = 12$ Bauklötze.

Ergebnis: Bei optimaler Packung passen 12 Bauklötze in die Kiste.

Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 3



Aufgabe 3a:

Die Anzahl der Jahre, wann die eingesparten Stromkosten höher als der Anschaffungspreis sind:

Zunächst muss man die Kosten der Solaranlage berechnen. Man erhält:

16 000 € (Solarzellen)
 + 4000 € (Stromspeicher)
 + 5500 € (Sonstiges)

25 500 €

Wenn man pro Jahr 1500 € an Stromkosten spart, erhält man für die gesuchte Anzahl an Jahren:

25 500 € : 1500 €/Jahr = 17 Jahre

Ausführliche Rechnung mit einem Dreisatz:

$$\begin{array}{rcl}
 & 1500 \text{ €} \hat{=} 1 \text{ Jahr} & \\
 : 1500 & \left(\begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right) & : 1500 \\
 & 1 \text{ €} \hat{=} (1 : 1500) \text{ Jahre} & \\
 \cdot 25500 & \left(\begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right) & \cdot 25500 \\
 & 25500 \text{ €} \hat{=} 17 \text{ Jahre} &
 \end{array}$$

Die entsprechende Rechnung ist: $(1 : 1500) \cdot 25500 = 17 \text{ Jahre}$

Ergebnis:

Nach mehr als 17 Jahren sind die eingesparten Stromkosten höher als der Anschaffungspreis.

Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 3



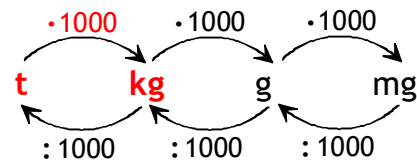
Aufgabe 3b:

Die Aussage in der Sprechblase bezüglich der Anzahl an Fußballfeldern:

Zunächst muss man berechnen, wie viele Mehlpackungen man für 18 300 t Mehl benötigt. Da eine Packung 25 kg wiegt, muss man die 18 300 t zuerst in kg umrechnen. Man erhält:

$$18\,300\text{ t} = 18\,300 \cdot 1000\text{ kg} = 18\,300\,000\text{ kg}$$

Umrechnung von Gewichtseinheiten:



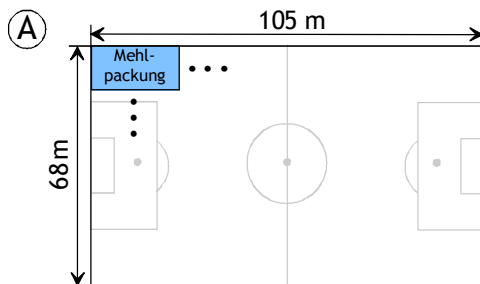
Somit ist die Anzahl der Packungen = $18\,300\,000\text{ kg} : 25\text{ kg} = 732\,000\text{ Packungen}$

Die ausführliche Dreisatzrechnung lautet:

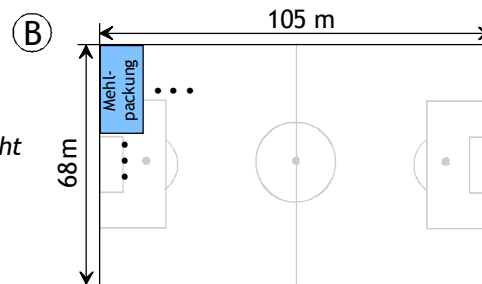
$$\begin{array}{rcl}
 & 25\text{ kg} \hat{=} 1\text{ Packung} & \\
 : 25 & \swarrow & \searrow : 25 \\
 & 1\text{ kg} \hat{=} (1 : 25)\text{ Packung} & \\
 \cdot 18\,300\,000 & \swarrow & \searrow \cdot 18\,300\,000 \\
 & 18\,300\,000\text{ kg} \hat{=} 732\,000\text{ Packungen} &
 \end{array}$$

Zur Überprüfung der Aussage muss man nun berechnen, wie viele Packungen maximal auf 5 Fußballfelder passen.

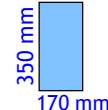
Dabei gibt es zwei Möglichkeiten, die Mehlpackungen auf einem Fußballfeld anzuordnen:



Grundriss einer Mehlpackung:



Grundriss einer Mehlpackung:



Zeichnungen nicht maßstabsgetreu

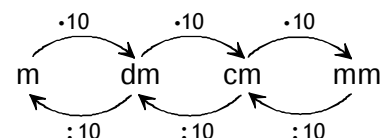
In der Anordnung A ist die *lange* Seite (350 mm) einer Mehlpackung parallel zur langen Seite des Fußballfelds.

In der Anordnung B ist die *kurze* Seite (170 mm) einer Mehlpackung parallel zur langen Seite des Fußballfelds.

Um zu bestimmen, wie viele Mehlpackungen auf der Länge und der Breite eines Fußballfelds angeordnet werden können, muss man zuerst die angegebenen Einheiten in die gleiche Maßeinheit umrechnen - zum Beispiel in cm:

Fußballfeld: $105\text{ m} = 10500\text{ cm}$ und $68\text{ m} = 6800\text{ cm}$

Mehlpackung: $350\text{ mm} = 35\text{ cm}$ und $170\text{ mm} = 17\text{ cm}$



Für die Anordnung A erhält man somit:

In der Länge: $10500\text{ cm} : 35\text{ cm} = 300\text{ Packungen}$

In der Breite: $6800\text{ cm} : 17\text{ cm} = 400\text{ Packungen}$

Insgesamt also: $300 \cdot 400 = 120\,000\text{ Packungen}$

Für die Anordnung B erhält man somit:

In der Länge: $10500\text{ cm} : 17\text{ cm} = 617,6\text{ Packungen}$

In der Breite: $6800\text{ cm} : 35\text{ cm} = 194,3\text{ Packungen}$

Insgesamt also: $617 \cdot 194 = 119\,698\text{ Packungen}$

Lösungen zur Prüfung 2024: Wahlteil B - Aufgabe 3

In der Anordnung A passen also mehr Packungen auf ein Fußballfeld als in der Anordnung B.
Mit der Anordnung A passen somit auf 5 Fußballfelder $5 \cdot 120\,000$ Packungen = **600 000 Packungen**.
Weil nun aber Platz für **732 000 Packungen** benötigt wird, reichen 5 Fußballfelder nicht aus.

Hinweis:

In der Anordnung B bleiben an den Rändern des Fußballfelds noch kleine Flächen übrig, da die Länge des Feldes (10500 cm) kein ganzzahliges Vielfaches der Breite einer Mehlpackung (17 cm) ist. Das Gleiche gilt für die Breite des Fußballfeldes: 6800 cm sind kein ganzzahliges Vielfaches der Länge einer Mehlpackung (35 cm).

Ergebnis:

Die Aussage in der Sprechblase ist richtig, weil 732 000 Mehlpackungen benötigt werden und auf 5 Fußballfelder aber nur maximal 600 000 Mehlpackungen passen.