



**Teil 1: Grundkenntnisse**

Aufgabe 1 .....	2
Aufgabe 2 .....	2
Aufgabe 3 .....	3
Aufgabe 4 .....	3
Aufgabe 5 .....	4
Aufgabe 6 .....	5
Aufgabe 7 .....	5
Aufgabe 8 .....	5
Aufgabe 9 .....	6
Aufgabe 10.....	6

**Teil 2: Wahlaufgaben**

Aufgabe 1 .....	7
Aufgabe 2 .....	9
Aufgabe 3 .....	11
Aufgabe 4 .....	13

---

NUR ZUR ANSICHT



## Lösungen zur Prüfung 2016: Teil 1 - Grundkenntnisse

### Aufgabe 1:

#### Die Aufgabe mit dem größten Ergebnis:

- Beim Term „ $36 + 6 \cdot 2$ “ muss man die Regel „*Punkt vor Strich*“ beachten:  $36 + 6 \cdot 2 = 36 + 12 = 48$
- Beim Term „ $(36 + 6) \cdot 2$ “ muss man zuerst den Klammerinhalt berechnen:  $(36 + 6) \cdot 2 = 42 \cdot 2 = 84$
- Beim Term „ $36 + (6 \cdot 2)$ “ muss man auch zuerst den Klammerinhalt berechnen:  $36 + (6 \cdot 2) = 36 + 12 = 48$
- Beim Term „ $36 + 6 + 2$ “ kann man die Summe von links nach rechts berechnen:  $36 + 6 + 2 = 42 + 2 = 44$

**Ergebnis:** Der Term  $(36 + 6) \cdot 2$  ergibt das größte Ergebnis; nämlich 84.

- $36 + 6 \cdot 2$      
   $(36 + 6) \cdot 2$      
   $36 + (6 \cdot 2)$      
   $36 + 6 + 2$

### Aufgabe 2:

#### Der Geldbetrag, den Frank zurückbekommt:

Zuerst muss man den Betrag des Einkaufs berechnen. Es gilt:

$$2 \cdot 2,99 \text{ €} + 27,95 \text{ €} + 49,95 \text{ €} = 5,98 \text{ €} + 27,95 \text{ €} + 49,95 \text{ €} = 83,88 \text{ €}$$

#### Tipps zur Rechnung:

- $2 \cdot 2,99 \text{ €}$  berechnet man, indem man von  $2 \cdot 3,00 \text{ €} = 6,00 \text{ €}$  den Betrag 2 Cent =  $0,02 \text{ €}$  abzieht:

$$2 \cdot 2,99 \text{ €} = 2 \cdot (3,00 \text{ €} - 0,01 \text{ €}) = 6,00 \text{ €} - 0,02 \text{ €} = 5,98 \text{ €}$$

- Die Summe  $5,98 \text{ €} + 27,95 \text{ €} + 49,95 \text{ €}$  kann man geschickt berechnen, indem man jeden Betrag auf die nächstgrößere ganze Zahl rundet und die jeweiligen Rundungsdifferenzen am Schluss wieder abzieht:

$$5,98 \text{ €} + 0,02 \text{ €} + 27,95 \text{ €} + 0,05 \text{ €} + 49,95 \text{ €} + 0,05 \text{ €} - (0,02 \text{ €} + 0,05 \text{ €} + 0,05 \text{ €})$$

$$= 6,00 \text{ €} + 28,00 \text{ €} + 50,00 \text{ €} - 0,12 \text{ €}$$

$$= 34 \text{ €} + 50 \text{ €} - 0,12 \text{ €}$$

$$= 84 \text{ €} - 0,12 \text{ €}$$

$$= 83,88 \text{ €}$$

#### Hinweis:

Man kann die Summe  $5,98 \text{ €} + 27,95 \text{ €} + 49,95 \text{ €}$  natürlich auch berechnen, indem man die drei Summanden übereinander schreibt (siehe oben). Man achte dabei darauf, dass die Kommas genau übereinander stehen.

Der Betrag, den Frank dann zurückbekommt ist die Differenz

$$100,00 \text{ €} - 83,88 \text{ €}. \text{ (Man beachte: } 100 \text{ €} = 100,00 \text{ €)}$$

Man kann diese Differenz elegant berechnen, indem man von  $83,88 \text{ €}$  ausgehend schrittweise zur jeweils nächstgrößeren ganzen Zahl hochzählt:

Von  $83,88 \text{ €}$  zu  $84,00 \text{ €}$  sind es 12 Cent =  $0,12 \text{ €}$ .

Von  $84 \text{ €}$  zu  $90 \text{ €}$  sind es  $6 \text{ €}$ .

Von  $90 \text{ €}$  zu  $100 \text{ €}$  sind es  $10 \text{ €}$ .

Anschließend addiert man alle Beträge, die man jeweils dazugezählt hat:

$$0,12 \text{ €} + 6 \text{ €} + 10 \text{ €} = 16,12 \text{ €}$$

**Ergebnis:** Frank bekommt  $16,12 \text{ €}$  zurück.

			5	9	8
		+	2	7	9
		+	4	9	9
			2	2	1
			8	3	8

Schriftliche Berechnung der Summe

			1	0	0
			-	8	3
				8	8
			1	1	1
			1	6	1
					2

Schriftliche Berechnung der Differenz  $100 - 83,88$



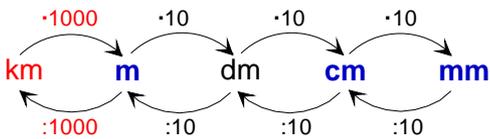
**Lösungen zur Prüfung 2016: Teil 1 - Grundkenntnisse**

**Aufgabe 3:**

**a) Die passende Angabe zur Körpergröße:**

Die Körpergröße eines Menschen wird üblicherweise in cm oder in Meter angegeben. Man sollte daher zunächst alle Millimeter-Angaben in cm bzw. m umwandeln:

Zur Erinnerung: Längenmaße umrechnen



(Hinweis: Wenn man eine Zahl wie 170000 durch 10 teilt, streicht man in „170000“ einfach eine „0“ weg.  $170000 : 10 = 17000$ .)

Man erhält:

- 170 000 mm = 17000 cm = 170 m (viel zu groß für eine Person)
- 170 00 mm = 1700 cm = 17 m (zu groß für eine Person)
- 1 700 mm = 170 cm = 1,70 m (passende Größe für eine Person)

**Ergebnis:** Die passende Größe ist 1 700 mm = 170 cm = 1,70 m.

- 170 000 mm     170 00 mm     1 700 mm

**b) Das passende Alter für einen 15-jährigen Schüler:**

Man muss das Alter eines 15-jährigen Schülers in Tage berechnen. Dazu muss man das Produkt  $15 \cdot 365$  Tage berechnen, weil 1 Jahr bekanntlich 365 Tage hat.

Man erhält:  $15 \cdot 365$  Tage = 5475 Tage

**Ergebnis:** Die passende Angabe ist also 5 500 Tage.

- 55 000 Tage     5 500 Tage     550 Tage

		1	5	·	3	6	5	
					4	5		
				+		9	0	
				+	1		7	5
					5	4	7	5

**Tipp:**

Man sich die Rechnung vereinfachen, indem man 365 auf 400 rundet. Dann ist  $15 \cdot 400 = 60 \cdot 100 = 6000$ . Zu diesem Wert passt ebenfalls nur die Angabe „5500 Tage“.

**Aufgabe 4:**

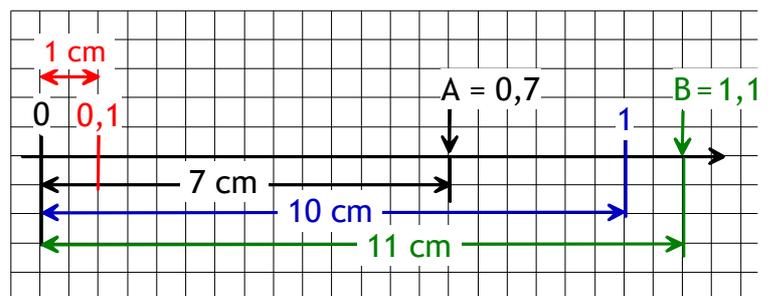
**Die Zahlen auf dem Zahlenstrahl:**

Die Einheit „1“ entspricht auf dem Zahlenstrahl der Länge 10 cm (siehe rechts).

Somit entspricht **1 cm** auf dem Zahlenstrahl der Zahl  $1 : 10 = 0,1$ .

Die Zahlen A und B sind somit (siehe rechts):

A = 0,7 und B = 1,1



## Lösungen zur Prüfung 2016: Teil 1 - Grundkenntnisse



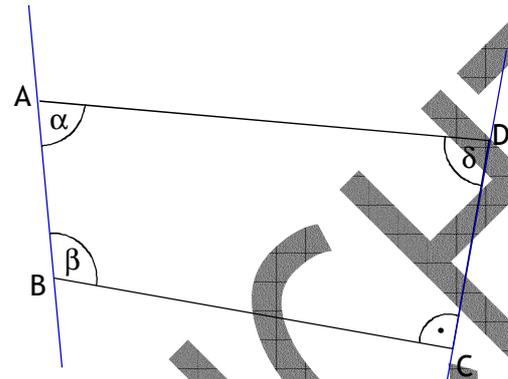
### Aufgabe 5:

#### Die Winkel in dem Viereck:

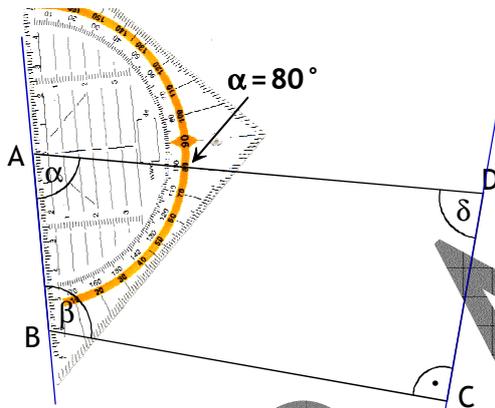
Zur besseren Messgenauigkeit sollte man zunächst die beiden kurzen Seiten des Vierecks verlängern.

Der Winkel  $\gamma$  bei C ist bereits angegeben:  $\gamma = 90^\circ$

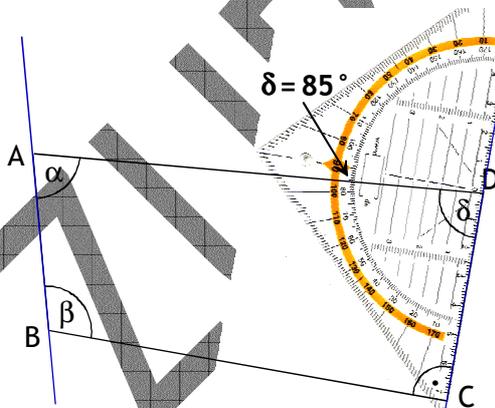
Die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\delta$  werden folgendermaßen mit dem Geodreieck gemessen.



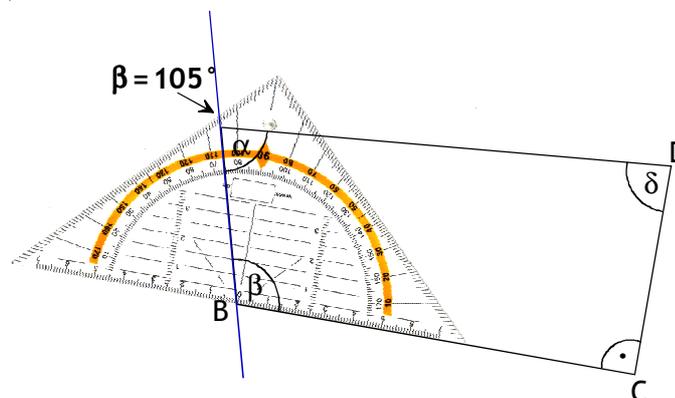
$\alpha$  ist ein *spitzer* Winkel. Man muss den Winkel auf dem abgebildeten Geodreieck daher auf der gelben Skala ablesen.



$\delta$  ist ein *spitzer* Winkel. Man muss den Winkel auf dem abgebildeten Geodreieck daher auf der schwarzen Skala ablesen.



$\beta$  ist ein *stumpfer* Winkel. Man muss den Winkel auf dem abgebildeten Geodreieck daher auf der gelben Skala ablesen.



#### Ergebnis:

$$\alpha = 80^\circ ; \beta = 105^\circ ; \gamma = 90^\circ ; \delta = 85^\circ$$

Hinweis: Man kann die Messung überprüfen, indem man die Summe der 4 Innenwinkel berechnet. In jedem Viereck muss die Summe der Innenwinkel  $360^\circ$  ergeben.  $80^\circ + 105^\circ + 90^\circ + 85^\circ = 170^\circ + 190^\circ = 360^\circ$

## Lösungen zur Prüfung 2016: Teil 1 - Grundkenntnisse



### Aufgabe 6:

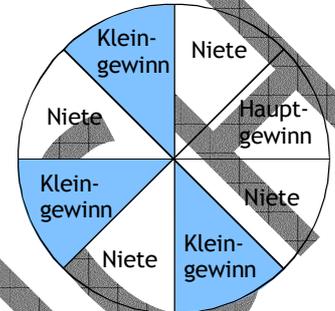
#### Die Wahrscheinlichkeit für einen Kleingewinn:

Auf dem Glücksrad gibt es insgesamt **3 Felder** für einen Kleingewinn. Insgesamt gibt es 8 Felder.

Die Wahrscheinlichkeit für einen Kleingewinn beträgt somit  $\frac{3}{8}$ .

**Ergebnis:** Die Wahrscheinlichkeit, dass man bei einmaligem Drehen einen Kleingewinn erhält, beträgt  $\frac{3}{8}$ .

(Hinweis: Wenn man die Wahrscheinlichkeit in Prozent angeben will, muss man den Quotienten  $3 : 8$  berechnen und mit 100 multiplizieren:  $3 : 8 = 0,375 = 37,5\%$ .)



### Aufgabe 7:

#### Die Lösung der Gleichung:

Umstellen der Gleichung nach der Variablen  $x$  ergibt:

$$\begin{aligned}
 & 10 \cdot (2x + 5) - 4x - 26 = 2x - 18 && | \text{ Ausmultiplizieren der Klammer auf der linken Seite} \\
 \Leftrightarrow & 10 \cdot 2x + 10 \cdot 5 - 4x - 26 = 2x - 18 \\
 \Leftrightarrow & \underline{20x} + 50 - \underline{4x} - 26 = 2x - 18 && | \text{ Zusammenfassen des Terms auf der linken Seite} \\
 \Leftrightarrow & 16x + 24 = 2x - 18 && | -2x - 24 \\
 \Leftrightarrow & 16x - 2x = -18 - 24 \\
 \Leftrightarrow & 14x = -42 && | :14 \\
 \Leftrightarrow & x = -3
 \end{aligned}$$

Hinweise:

1.) Es ist:  $-18 - 24 = -(18 + 24) = -(42) = -42$

2.) Es ist:  $-55 : 5 = -11$

**Ergebnis:** Die Lösung der Gleichung ist  $x = -3$ .

### Aufgabe 8:

#### Die Zinsen nach einem Jahr:

Das angegebene Kapital ist der Grundwert  $G = 5000 \text{ €}$ . Der Zinssatz ist der Prozentsatz  $p\% = 0,5\%$ . Die Zinsen nach einem Jahr sind der Prozentwert  $W$ .

Mit der Formel  $W = \frac{p}{100} \cdot G$  erhält man:

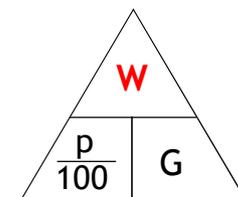
$$W = \frac{0,5}{100} \cdot 5000 \text{ €} = 0,5 \cdot (5000 \text{ €} : 100) = 0,5 \cdot 50 \text{ €} = \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ €} = 25 \text{ €}$$

Hinweise zur Rechnung: Es ist  $0,5 = \frac{1}{2}$ .

**Ergebnis:**

Man bekommt nach einem Jahr **25 € Zinsen** ausbezahlt.

Tip: Man kann die Rechnung etwas vereinfachen, wenn man zuerst mit dem doppelten Zinssatz  $2 \cdot 0,5\% = 1,0\%$  rechnet.  $1\%$  von  $5000 \text{ €}$  sind  $5000 \text{ €} : 100 = 50 \text{ €}$ . Diesen Betrag muss dann aber wieder halbieren. Man erhält  $50 \text{ €} : 2 = 25 \text{ €}$ .



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung

Hinweis: Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt. Hier ist das der Prozentwert  $W$ .



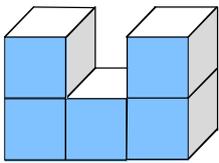
## Lösungen zur Prüfung 2016: Teil 1 - Grundkenntnisse

### Aufgabe 9:

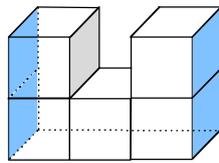
#### Die Oberfläche des Körpers:

Man muss ermitteln, aus wie vielen Quadraten die Oberfläche besteht. Jedes Quadrat hat den Flächeninhalt  $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 4\text{ cm}^2$ .

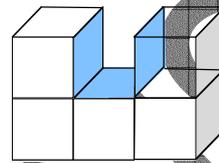
- Der Körper hat **vorne und hinten** jeweils 5 Quadrate (siehe Figur 1); das sind dann also **10 Quadrate**.
- An den Seiten **links und rechts** sind es  $2 + 2 = 4$  **Quadrate** (siehe Figur 2).
- In der **Lücke** befinden sich weitere **3 Quadrate** (siehe Figur 3).
- **Oben und unten** hat der Körper  $2 + 3 = 5$  **Quadrate** (siehe Figur 4).



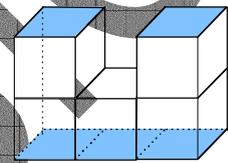
Figur 1



Figur 2



Figur 3



Figur 4

Insgesamt sind es also  $10 + 4 + 3 + 5 = 14 + 8 = 22$  **Quadrate**.

Da jedes Quadrat den Flächeninhalt  $4\text{ cm}^2$  hat, beträgt die Oberfläche des Körpers  $22 \cdot 4\text{ cm}^2 = 88\text{ cm}^2$ .

**Ergebnis:** Die Oberfläche des Körpers beträgt **88 cm<sup>2</sup>**.

### Aufgabe 10:

#### Die durchschnittliche Punktzahl nach 5 Würfeln:

Die durchschnittliche Punktzahl nach 5 Würfeln erhält man, indem man zunächst die Summe aller Punkte nach 5 Würfeln berechnet und anschließend durch die Anzahl der Würfel teilt - also durch 5.

Dem Diagramm entnimmt man:

1. Wurf: 3 Punkte
2. Wurf: 5 Punkte
3. Wurf: 9 Punkte
4. Wurf: 8 Punkte
5. Wurf: 5 Punkte

Die Summe aller Punkte ist:  $3 + 5 + 9 + 8 + 5 = 30$  **Punkte**

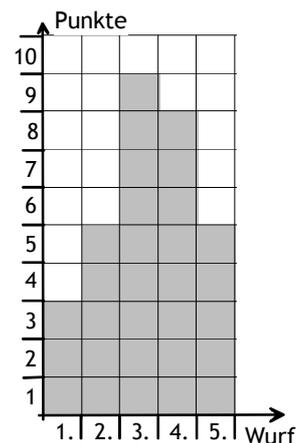
#### Tip:

Die Rechnung vereinfacht sich etwas, wenn man zunächst  $5 + 5 = 10$  und  $3 + 9 = 12$  zusammenfasst:  $3 + 5 + 9 + 8 + 5 = 10 + 12 + 8$ .

Anschließend kann man  $12 + 8 = 20$  zusammenfassen:  $10 + 12 + 8 = 10 + 20 = 30$

Die durchschnittliche Punktzahl beträgt somit  $30\text{ Punkte} : 5 = 6$  **Punkte**.

**Ergebnis:** Die durchschnittliche Punktzahl beträgt **6 Punkte**.





**Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 1**

**Aufgabe 1:**

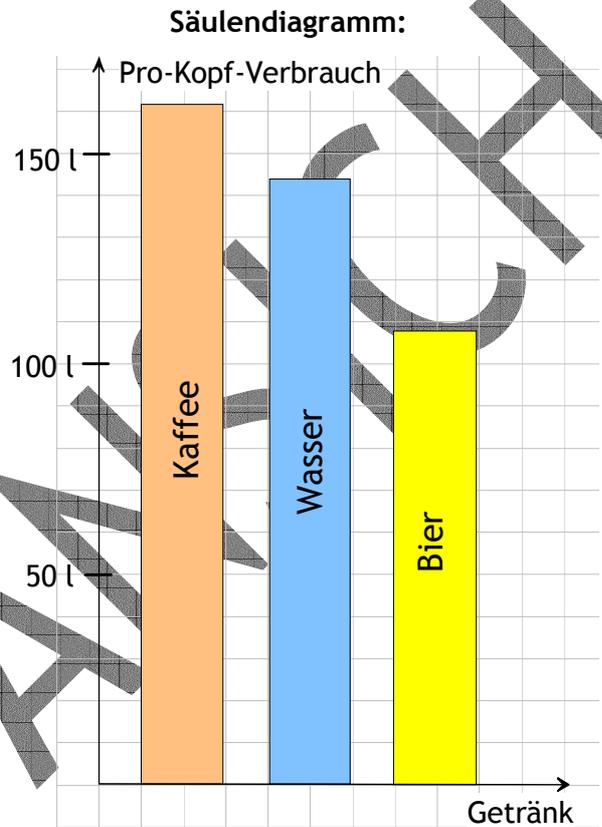
**a) Die drei Getränkesorten in einem Säulendiagramm:**

Zunächst sollte man sich überlegen, welche Säulenhöhe in mm einem Liter entsprechen soll. Dabei sollte man sich am größten Wert (= 162 Liter) orientieren.

Würde man für 1 Liter die Säulenhöhe 1 mm wählen, müsste man für den Kaffee-Wert eine Säule der Höhe 162 mm = 16,2 cm zeichnen. Das zugehörige Säulendiagramm würde zwar noch auf ein DIN A4-Blatt passen. Kompakter ist es aber, wenn man für 1 Liter die Säulenhöhe 0,5 mm wählt.

Dann erhält man für die drei Werte folgende Säulenhöhen:

- Kaffee (162 Liter):  $162 \cdot 0,5 \text{ mm} = 81 \text{ mm} = 8,1 \text{ cm}$
- Wasser (144 Liter):  $144 \cdot 0,5 \text{ mm} = 72 \text{ mm} = 7,2 \text{ cm}$
- Bier (107 Liter):  $107 \cdot 0,5 \text{ mm} = 53,5 \text{ mm} = 5,35 \text{ cm} \approx 5,4 \text{ cm}$



**b) Die Menge an Kaffee, die mit Kapseln zubereitet wird:**

- Im ersten Schritt muss man berechnen, wie viele Liter Kaffee mit Pads/Kapseln zubereitet werden. Das ist der gesuchte Prozentwert **W**. Der Prozentsatz ist  $p \% = 13 \%$ . Der Grundwert ist der gesamte Kaffeekonsum in Deutschland: **G = 162 Liter**

Mit der Formel  $W = \frac{p}{100} \cdot G$  erhält man:

$$W = \frac{13}{100} \cdot 162 \text{ Liter} = 21,06 \text{ Liter}$$

- Im zweiten Schritt muss man diesen Wert als neuen Grundwert betrachten: **G<sub>neu</sub> = 21,06 Liter**

Die Menge an Kaffee, die mit *Kapseln* zubereitet wird, ist nun der neue Prozentwert **W<sub>neu</sub>**.

Der Prozentsatz ist laut Diagramm  $p \% = 40 \%$  (siehe rechts).

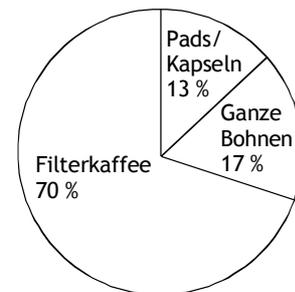
Mit der Formel  $W_{\text{neu}} = \frac{p}{100} \cdot G$  erhält man nun:

$$W_{\text{neu}} = \frac{40}{100} \cdot 21,06 \text{ Liter} = 8,4 \text{ Liter}$$

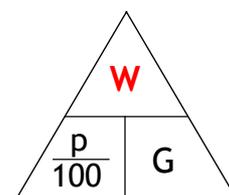
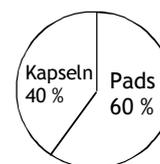
**Ergebnis:** Es werden durchschnittlich pro Kopf **8,4 Liter** Kaffee mit Kapseln zubereitet.

(Hinweis: Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt. Hier ist das der Prozentwert W.)

Kaffeekonsum in Deutschland: 162 Liter



Zubereitung mit Pads/Kapseln: 21,06 Liter



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung



## Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 1

### c) Mogelpackung oder nicht ?

- Zunächst muss man das Volumen der Verpackung berechnen:

Die Verpackung ist ein Prisma. Für dessen Volumen gilt:  $V_{\text{Prisma}} = G \cdot l$

G ist die Flächeninhalt der Vorderseite; die Länge l ist  $l = 13 \text{ cm}$ .

Zur Berechnung von G muss man die Vorderseite des Prismas in ein Quadrat mit dem Flächeninhalt  $7 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} = 49 \text{ cm}^2$  und ein Dreieck zerlegen (siehe Figur 2).

Das Dreieck hat die Grundseite  $g = 7 \text{ cm}$  und die Höhe  $h = 4 \text{ cm}$  ( $= 11 \text{ cm} - 7 \text{ cm}$ ).

Mit der Dreiecksformel  $A_D = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$  erhält man:

$$A_D = \frac{1}{2} \cdot 7 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 14 \text{ cm}^2$$

Somit folgt:  $G = 49 \text{ cm}^2 + 14 \text{ cm}^2 = 63 \text{ cm}^2$

Mit  $G = 63 \text{ cm}^2$  und  $l = 13 \text{ cm}$  erhält man für das Volumen des Prismas bzw. der Verpackung:

$$V_{\text{Prisma}} = 63 \text{ cm}^2 \cdot 13 \text{ cm} = 819 \text{ cm}^3$$

- Nun muss man prüfen, ob das Volumen der Kaffeepads ( $= 460 \text{ cm}^3$ ) weniger als 70 % des Verpackungsvolumens ( $= 819 \text{ cm}^3$ ) ausmachen.

Das Volumen der Verpackung ist der Grundwert  $G = 819 \text{ cm}^3$ .

Das Volumen der Kaffeepads ist der Prozentwert  $W = 460 \text{ cm}^3$ .

Gesucht ist der Prozentsatz  $p \%$ .

Mit der Formel  $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$  erhält man:

$$\frac{p}{100} = \frac{460}{819} \quad | \text{ Berechnen von } 460 : 819$$

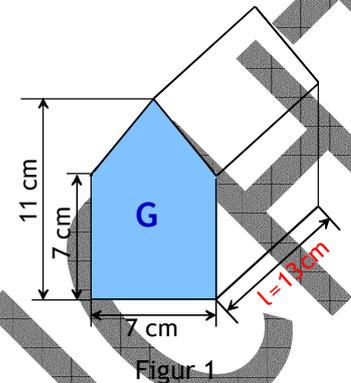
$$\Leftrightarrow \frac{p}{100} = 0,562 \quad | \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow p = 56,2 \text{ bzw. } p \% = 56,2 \%$$

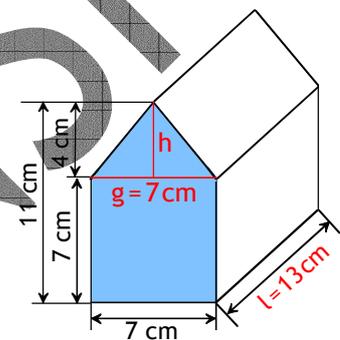
### Ergebnis:

Es handelt sich um eine Mogelpackung, weil die Verpackung nur zu **56,2 %** befüllt ist.

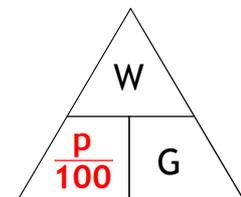
(Hinweis: Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt. Hier ist das  $\frac{p}{100}$ .)



Figur 1



Figur 2



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung



**Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 2**

**Aufgabe 2:**

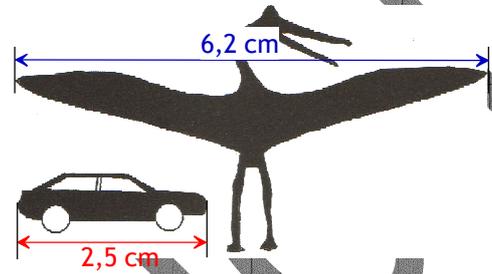
**a) Die Spannweite des Dinosauriers:**

Wenn man die Länge des Autos und die Spannweite des Flugsauriers in der Zeichnung kennt, kann man mit einer Dreisatzrechnung die Spannweite des Sauriers in Wirklichkeit bestimmen.

Die Längen in der Zeichnung sind:

Auto: 2,5 cm ; Spannweite des Flugsauriers: 6,2 cm

Mit der wirklichen Länge des Autos von 4,30 m folgt:



	Zeichnung	Wirklichkeit	
	2,5 cm	≅ 4,30 m	:2,5
	1 cm	≅ 1,72 m	
	6,2 cm	≅ 10,66 m	·6,2

**Ergebnis:** Der Flugsaurier hatte in Wirklichkeit eine Spannweite von 10,66 m.

**b) Das Gewicht der 450 Schülerinnen und Schüler verglichen mit dem Argentinosaurus:**

1. Lösungsmöglichkeit:

Wenn man davon ausgeht, dass ein Schüler bzw. eine Schülerin nicht mehr als 100 kg wiegt, erhält man bei 450 Jugendlichen die Obergrenze:

$$450 \cdot 100 \text{ kg} = 45\,000 \text{ kg} = (45\,000 : 1\,000) \text{ t} = 45 \text{ t}$$

Hinweis: 1 t sind 1000 kg.

Das ist noch deutlich weniger als die 70 t des Argentinosaurus.

**Ergebnis:** Tim hat nicht recht.

2. Lösungsmöglichkeit:

Man kann das nötige Durchschnittsgewicht eines Jugendlichen berechnen, wenn alle 450 Schülerinnen und Schüler zusammengekommen 70 t wiegen sollen.

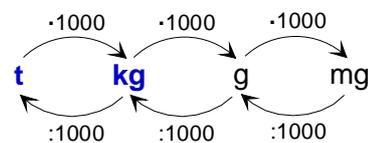
Man erhält:

$$70 \text{ t} = 70\,000 \text{ kg} : 450 = 155,6 \text{ kg pro Schüler bzw. Schülerin}$$

Das ist ein völlig unrealistisches Gewicht.

**Ergebnis:** Tim hat nicht recht.

**Gewichteinheiten umrechnen:**



Hinweis:

Physikalisch korrekt müsste man von „Masse“ sprechen. „Gewicht“ ist umgangssprachlich.



**Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 2**

**c) Der Zeitraum auf der Uhr, in dem die Dinosaurier gelebt haben:**

Zuerst muss man die Mittelpunktswinkel bestimmen, die den Zeiträumen „vor 230 Mio. Jahren“ und „vor 65 Mio. Jahren“ entsprechen (siehe Figur 1 und 2).

Der Vollwinkel (= 360°) entspricht dem Zeitraum „vor 540 Mio. Jahren“. Mit einer Dreisatzrechnung erhält man jeweils:

	Jahre	Winkel	
	540 Mio.	≅ 360°	
: 540	1 Mio.	≅ 0,66666°	: 540
• 230	230 Mio.	≅ 153,3°	• 230

	Jahre	Winkel	
	540 Mio.	≅ 360°	
: 540	1 Mio.	≅ 0,66666°	: 540
• 65	65 Mio.	≅ 43,3°	• 65

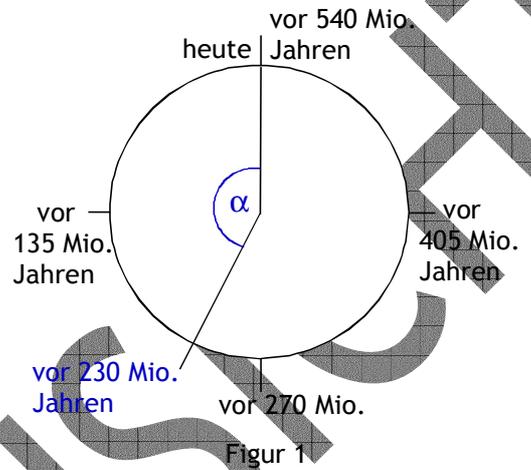
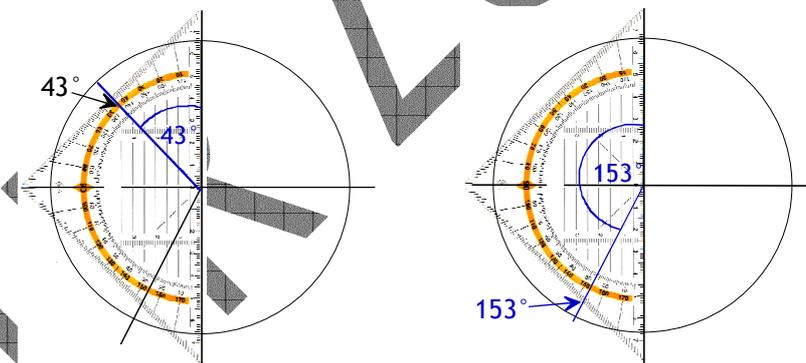
Die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sind also:

$\alpha = 153,3^\circ \approx 153^\circ$  und  $\beta = 43,3^\circ \approx 43^\circ$

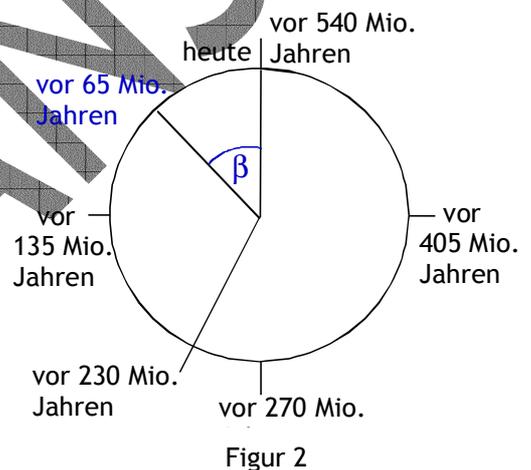
Damit erhält man den in Figur 3 markierten Kreisausschnitt.

**Tipp zum Zeichnen der Winkel:**

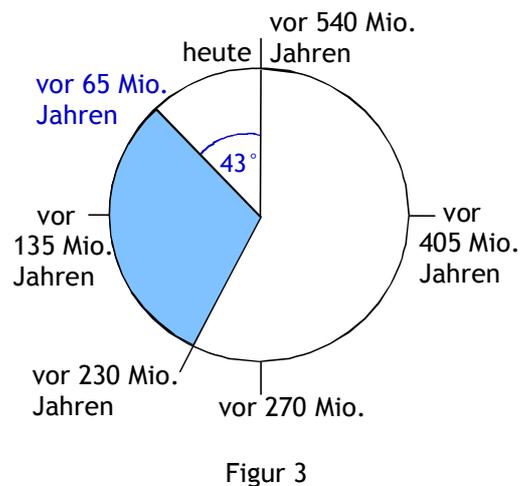
Man muss für 43° und 153° jeweils die gelbe Skala des Geodreiecks benutzen, wenn man es folgendermaßen anlegt:



Figur 1



Figur 2



Figur 3



**Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 3**

**Aufgabe 3:**

a)

• Die Anzahl der Stickerpäckchen für Maries Einkauf:

Zunächst muss man den Wert des Einkaufs berechnen. Anhand der Einkaufsliste und der jeweiligen Preise erhält man:

$$2 \cdot 1,09 \text{ €} + 1 \cdot 12,29 \text{ €} + 1 \cdot 10,99 \text{ €} + 3 \cdot 1,49 \text{ €} + 1 \cdot 2,99 \text{ €} = 32,92 \text{ €}$$

Um herauszufinden, wie viele Stickerpäckchen Marie bekommt, muss man das größtmögliche Vielfache von 15 € bestimmen, das in den Einkaufswert 32,92 € passt. Dazu muss man den Quotient  $32,92 \text{ €} : 15 \text{ €}$  berechnen. Man erhält:

$$32,92 \text{ €} : 15 \text{ €} = 2,19 = 2 + 0,19$$

**Ergebnis:** Marie bekommt für ihren Einkauf **2 Stickerpäckchen**.

(Hinweis: Man kann das gesuchte Vielfache auch mithilfe der 15er-Reihe ermitteln:  $15 \rightarrow 30 \rightarrow 45 \rightarrow 60 \dots$ )

Einkaufsliste:	
2 Butter	Butter 1,09 €
1 Waschmittel	Waschmittel 12,29 €
1 Kiste Saft	Kiste Saft 10,99 €
3 Milch	Milch 1,49 €
1 kg Äpfel	1 kg Äpfel 2,99 €

• Die Höhe von Simons bisherigem Einkauf:

Um 3 Stickerpäckchen zu bekommen, muss Simons Einkauf mindestens  $3 \cdot 15 \text{ €} = 45,00 \text{ €}$  betragen.

Da ihm laut Aufgabentext zu diesem Betrag noch Waren im Wert von **4,77 €** fehlen, beträgt sein bisheriger Einkaufswert:

$$45,00 \text{ €} - 4,77 \text{ €} = 40,23 \text{ €}$$

**Ergebnis:** Simons bisheriger Einkaufswert beträgt **40,23 €**.

b) Die prozentuale Fläche des Plakats, die mit Stickern bedeckt ist:

• Zunächst muss man sowohl die Fläche des Plakats als auch die Fläche der 150 Sticker berechnen:

$$\text{Fläche des Plakats: } 100 \text{ cm} \times 70 \text{ cm} = 7000 \text{ cm}^2$$

$$\text{Fläche eines Stickers: } 6,7 \text{ cm} \times 4,9 \text{ cm} = 32,83 \text{ cm}^2$$

$$\text{Dann haben } 150 \text{ Sticker die Fläche } 150 \cdot 32,83 \text{ cm}^2 = 4924,5 \text{ cm}^2$$

• Anschließend berechnet man den prozentualen Anteil:

Die Fläche des Plakats ist der Grundwert  $G = 7000 \text{ cm}^2$ . Die Fläche der 150 Sticker ist der Prozentwert  $W = 4924,5 \text{ cm}^2$ .

Gesucht ist der Prozentsatz **p %**.

Mit der Formel  $\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$  erhält man:

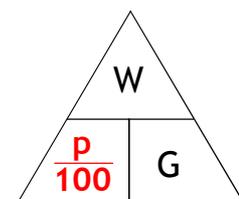
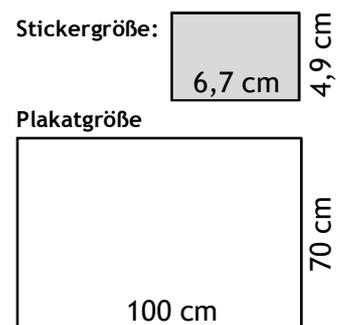
$$\frac{p}{100} = \frac{4924,5}{7000} \quad | \text{ Berechnen von } 4924,5 : 7000$$

$$\Leftrightarrow \frac{p}{100} = 0,7035 \quad | \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow p = 70,35 \text{ bzw. } p \% = 70,35 \%$$

**Ergebnis:** Das Plakat ist zu **70,35 %** mit Stickern bedeckt.

(Hinweis: Mit dem „Formeldreieck“ erhält man die Formel zur Berechnung der gesuchten Größe, indem man die gesuchte Größe einfach abdeckt. Hier ist das  $\frac{p}{100}$ .)



Das „Formeldreieck“ zur Prozentrechnung



**Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 3**

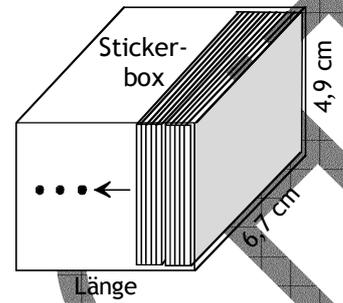
**c) Ein Netz der Box für 200 Sticker:**

Die Breite und die Höhe der Box müssen die entsprechenden Maße eines Stickers haben: **Breite = 6,7 cm** und **Höhe = 4,9 cm** (siehe Figur 1).

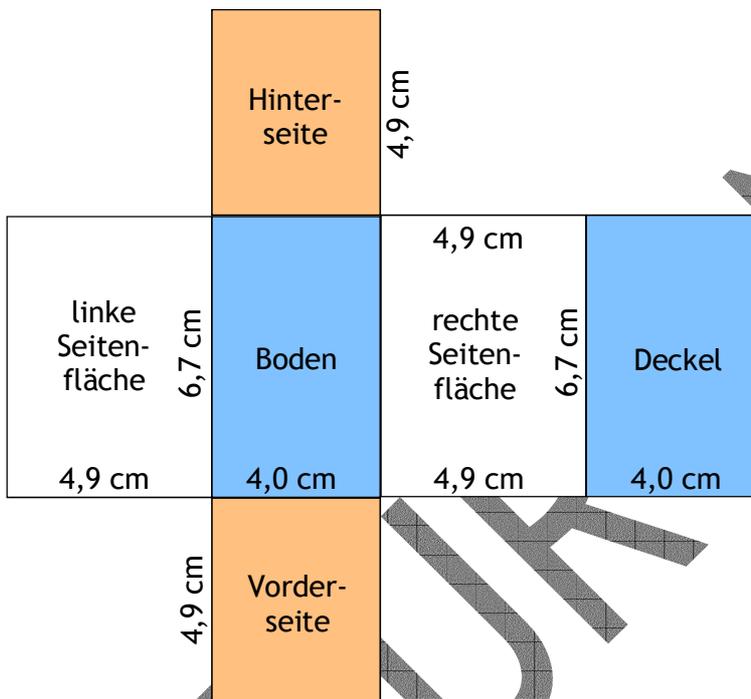
Bei 200 Stickern und einer Dicke von 0,2 mm pro Sticker muss die **Länge** der Box  $200 \cdot 0,2 \text{ mm} = 40 \text{ mm} = 4,0 \text{ cm}$  betragen.

Man beachte, dass die Länge die gleiche Einheit hat wie die Breite und Höhe der Box; also cm. Zur Erinnerung: 10 mm = 1 cm

Ein mögliches Netz der Box sieht dann so aus:



Figur 1





## Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 4

### Aufgabe 4:

#### a) Wie oft Martin monatlich ins Fitnessstudio gehen muss, damit sich ein Jahresbeitrag lohnt:

Man muss zunächst den monatlichen Preis bei einem Jahresbeitrag in Höhe von 780 € berechnen.

Man erhält:  $780 \text{ €} : 12 = 65 \text{ €}$  (Hinweis: 1 Jahr hat bekanntlich 12 Monate.)

Nun muss man sich überlegen, wie oft Martin mit einer Tageskarte (13,50 €) ins Fitnessstudio gehen kann, ohne den Betrag von 65 € zu überschreiten.

Man kann diese Anzahl mithilfe folgender Tabelle ermitteln:

Anzahl der Besuche mit einer Tageskarte	Preis
1	$1 \cdot 13,50 \text{ €} = 13,50 \text{ €}$
2	$2 \cdot 13,50 \text{ €} = 27,00 \text{ €}$
3	$3 \cdot 13,50 \text{ €} = 40,50 \text{ €}$
4	$4 \cdot 13,50 \text{ €} = 54,00 \text{ €}$
5	$5 \cdot 13,50 \text{ €} = 67,50 \text{ €}$

Wie man sieht, liegt der Preis bei 4 Besuchen mit einer Tageskarte noch unter 65 €.

**Ergebnis:** Wenn Martin eine Jahreskarte kauft, muss er also mindestens 5-mal ins Fitnessstudio gehen, damit es sich im Vergleich mit einer Tageskarte lohnt.

#### Hinweis:

Man kann die gesuchte Anzahl auch mit dem Quotienten  $65 \text{ €} : 13,50 \text{ €} = 4,8$  bestimmen. Demnach müsste Martin mindestens „4,8-mal“ ins Fitnessstudio gehen. Da nur ganze Zahlen möglich sind, folgt aus dem Wert „4,8“ die Anzahl 5.

#### b) Der richtige Graph zum Auffüllvorgang:

Der richtige Graph ist Graph 2.

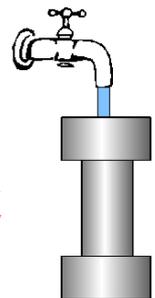
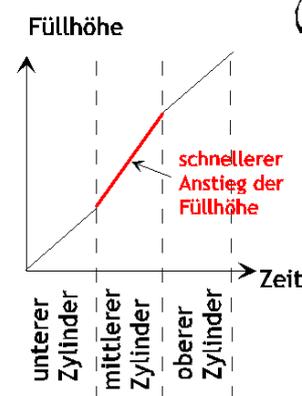
#### Begründung:

In einem breiteren Zylinder (größere Grundfläche  $G$ ) steigt das Wasser nicht so stark an wie in einem schmaleren Zylinder (kleinere Grundfläche  $G$ ).

Dies folgt aus der Volumenformel  $V_{\text{Zyl}} = G \cdot h$ .

Sobald der untere, breitere Zylinder voll ist und der schmale Zylinder befüllt wird, nimmt die Füllhöhe stärker zu. Erst wenn auch der schmale Zylinder mit Wasser gefüllt ist, verlangsamt sich die Zunahme der Füllhöhe wieder. Dieser Verlauf ist nur im Graph 2 wieder gegeben.

Graph 2:





**Lösungen zur Prüfung 2016: Wahlteil - Aufgabe 4**

**c) Die Anzahl an Kilometern, die Moritz gelaufen ist:**

Zunächst muss man die Strecke berechnen, die Moritz bei *einer* Umdrehung des Laufbands gelaufen ist. Diese Strecke ist der Umfang des Laufbands (siehe Figur 1).

Der Umfang des Laufbands setzt sich aus zwei **geraden Strecken** von jeweils 1,97 m Länge und **zwei Halbkreisen** zusammen (siehe Figur 2).

Für den Umfang eines *ganzen* Kreises gilt die Formel  $u = \pi \cdot d$ .

Für einen Halbkreis gilt somit:  $u_{\text{halb}} = (\pi \cdot d) : 2$

Mit  $d = 7 \text{ cm}$  erhält man:  $u_{\text{halb}} = 11 \text{ cm} = \mathbf{0,11 \text{ m}}$

Der Umfang des Laufbands ist also:

$$U_{\text{Lauf}} = 2 \cdot 1,97 \text{ m} + 2 \cdot 0,11 \text{ m} = 4,16 \text{ m}$$

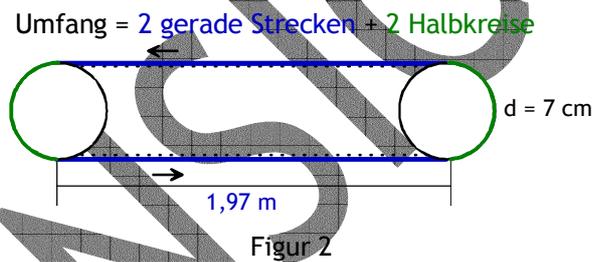
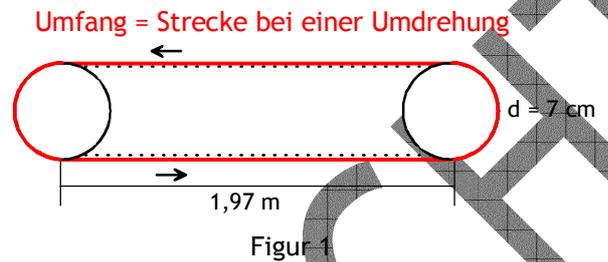
Man beachte, dass man 11 cm in die gleiche Einheit umrechnen muss wie 1,97 m; also in Meter.

Bei **2650** Umdrehungen ist das eine Strecke von

$$\mathbf{2650} \cdot 4,16 \text{ m} = 11024 \text{ m} = 11,024 \text{ km}$$

**Ergebnis:** Moritz ist **11,024 km** gelaufen.

(Hinweis: Die Zeitangabe „60 Minuten“ spielt in dieser Aufgabe keine Rolle.)



Zur Erinnerung: Längenmaße umrechnen

