
Inhalt der Lösungen zur Prüfung 2025:



Teil A₁ und A₂ - Pflichtteil:

Pflichtteil A1 2

Pflichtteil A2 7

Teil B - Wahlteil:

Aufgabe W1a 16

Aufgabe W1b 18

Aufgabe W2a 20

Aufgabe W2b 23

Aufgabe W3a 25

Aufgabe W3b 27

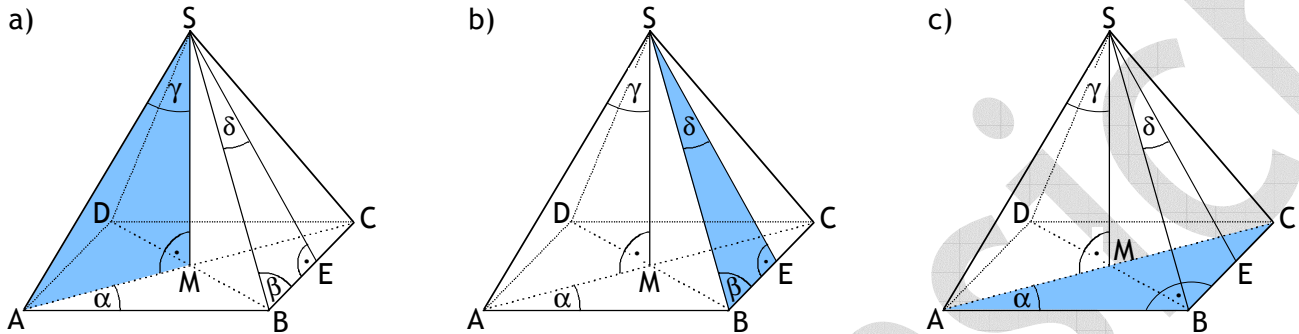
Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1



Aufgabe 1:

Vervollständigen der Gleichungen:

Um die Gleichungen zu vervollständigen, muss man folgende rechtwinklige Dreiecke betrachten:



Zu a):

Im Dreieck AMS ist die Strecke $\overline{AS}$ die Hypotenuse. Vom Winkel γ aus betrachtet ist die Strecke $\overline{AM}$ die Gegenkathete. Somit gilt: $\sin \gamma = \frac{\overline{AM}}{\overline{AS}}$

Zu b):

Im Dreieck BES sind die Strecken $\overline{SE}$ und $\overline{BE}$ immer Katheten - unabhängig davon, von welchem Winkel aus man sie betrachtet. Daher muss in der Lücke der Gleichung die Tangensfunktion „tan“ stehen, weil sowohl in der Sinusfunktion als auch in der Kosinusfunktion eine Hypotenuse vorkommt. Für die Tangensfunktion („Gegenkathete durch Ankathete“) gibt es im Dreieck BES zwei Möglichkeiten (siehe oben b):

$\tan \delta = \frac{\overline{BE}}{\overline{SE}}$ oder $\tan \beta = \frac{\overline{SE}}{\overline{BE}}$. Somit ist $\tan \beta = \frac{\overline{SE}}{\overline{BE}}$ die richtige Antwort.

Hinweise:

Vom Winkel δ aus betrachtet ist $\overline{BE}$ die Gegenkathete und $\overline{SE}$ die Ankathete.

Vom Winkel β aus betrachtet ist $\overline{SE}$ die Gegenkathete und $\overline{BE}$ die Ankathete.

Zu c):

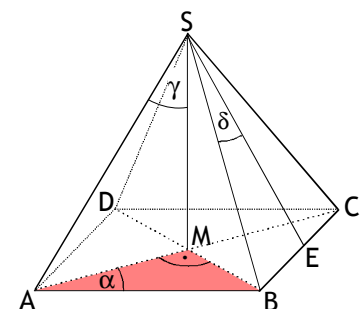
Vom Winkel α aus betrachtet muss wegen „Kosinus = Ankathete durch Hypotenuse“ die Strecke $\overline{AB}$ die Ankathete sein. Dies ist nur in dem rechtwinkligen Dreieck ABC der Fall (siehe oben c).

In diesem Dreieck ist die Strecke $\overline{AC}$ die Hypotenuse.

Somit gilt: $\cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

Man beachte:

Das rechtwinklige Dreieck ABM darf man hier nicht betrachten, weil darin der rechte Winkel bei M liegt und die Strecke $\overline{AB}$ die Hypotenuse ist (siehe Abbildung rechts).



Das Dreieck ABM ist ungeeignet für die Gleichung $\cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$.



Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1

Aufgabe 2:

Benjamins Fehler:

• Erster Fehler:

Benjamin hat die **Koordinaten des Scheitelpunkts** der Parabel falsch bestimmt.

Mit einer quadratischen Ergänzung der Funktionsgleichung

$y = x^2 + 4x + 6$ erhält man stattdessen:

$$y = x^2 + 4x + 4 + 6 - 4$$

$$\Leftrightarrow y = x^2 + 4x + 2^2 + 6 - 2^2 \quad | \text{Anwenden der 1. binomischen Formel}$$

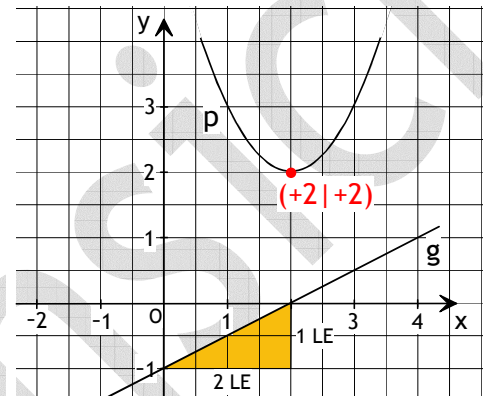
$$\Leftrightarrow y = (x + 2)^2 + 6 - 4$$

$$\Leftrightarrow y = (x + 2)^2 + 2$$

Dieser Scheitelform entnimmt man: **S(-2 | +2)**

Das ist der richtige Scheitelpunkt.

In der Zeichnung von Benjamin hat der Scheitelpunkt der Parabel aber die Koordinaten **(+2 | +2)**.



• Zweiter Fehler:

Benjamin hat die **Steigung der Geraden** $g: y = 2x - 1$ ($m = 2$) falsch eingezeichnet. In Benjamins

Zeichnung hat die Gerade g die Steigung $m' = \frac{1}{2} = 0,5$ (siehe **Steigungsdreieck** in der Zeichnung).

Aufgabe 3:

Die Lösung der Gleichung:

$$3x(x + 1) - 10 = 5 + x + 2x^2 \quad | \text{Ausmultiplizieren der Klammern}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3x - 10 = 5 + x + 2x^2 \quad | -5 - x - 2x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x^2 + 3x - x - 10 - 5 = 0 \quad | \text{Man beachte: } -x = -1x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

Mit der b,c-Formel $x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ erhält man (mit $b = +2$ und $c = -15$):

$$x_1 = -1 + \sqrt{1^2 - (-15)} = -1 + \sqrt{1+15} = -1 + \sqrt{16} = -1 + 4 = 3 \quad \text{und} \quad x_2 = -1 - 4 = -5$$

Ergebnis: Die Lösungen der Gleichung sind $x_1 = 3$ und $x_2 = -5$.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1



Aufgabe 4:

Das richtige Zeichen ($<$; $=$; $>$) in den zwei Sinus-Gleichungen:

Zum Vergleich der Sinuswerte muss man die Sinuswerte in einem Einheitskreis darstellen bzw. skizzieren (siehe Abbildungen 1 und 2). Darin ist der Abstand der Zeigerspitze zur x-Achse der jeweilige Sinuswert.

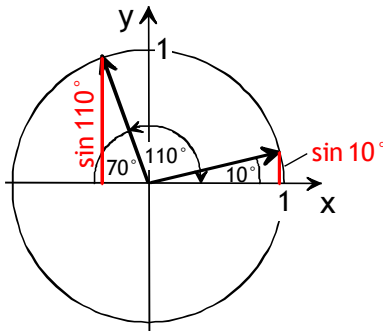


Abbildung 1

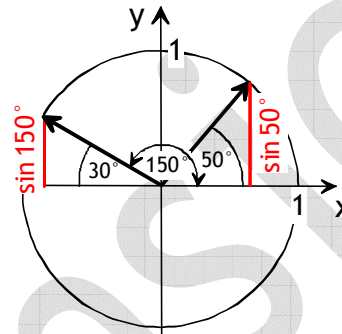


Abbildung 2

- a) In der Abbildung 1 erkennt man: $\sin 10^\circ < \sin 110^\circ$
 b) In der Abbildung 2 erkennt man: $\sin 50^\circ > \sin 150^\circ$

Aufgabe 5:

a) Die Anzahl der Personen, die im Jahr 2023 ein E-Bike nutzten:

Die 6000 befragten Personen sind der Grundwert $G = 6000$ Personen. Der Prozentsatz der E-Bike-Nutzer im Jahr 2023 ist $p\% = 30\%$ (siehe Diagramm).

30 % von 6000 Personen sind $30\% \cdot 6000 \text{ P.} = \frac{30}{100} \cdot 6000 \text{ P.} = 30 \cdot 60 \text{ Personen} = 1800 \text{ Personen}$.

Ergebnis: Im Jahr 2023 nutzten **1800 Personen** ein E-Bike.

Hinweise:

- Das Prozentzeichen “%” ist eine Abkürzung für die Rechenoperation „durch 100“. Es gilt: $p\% = \frac{p}{100}$.
- In der Berechnung wurde im Term $\frac{30}{100} \cdot 6000$ die Zahl 6000 mit 100 gekürzt.

b) Die Anzahl der Personen, die im Jahr 2022 ein E-Bike nutzten und älter als 60 Jahre waren:

• Zunächst muss man berechnen, wie viele Personen im Jahr 2022 ein E-Bike nutzten. Der Rechenweg ist der gleiche wie in Aufgabe a), hier allerdings mit dem Prozentsatz $p\% = 25\%$. Man erhält:

25 % von 6000 Personen sind $25\% \cdot 6000 \text{ P.} = \frac{25}{100} \cdot 6000 \text{ P.} = 25 \cdot 60 \text{ Personen} = 1500 \text{ Personen}$.

Hinweis: Das Produkt $25 \cdot 60$ kann man ohne Taschenrechner leicht so berechnen:

$$25 \cdot 60 = (20 + 5) \cdot 60 = 20 \cdot 60 + 5 \cdot 60 = 1200 + 300 = 1500$$

• Im zweiten Schritt muss man die 1500 Personen als neuen Grundwert $G_{\text{neu}} = 1500$ Personen betrachten. Der neue Prozentsatz ist nun $p_{\text{neu}} = 40\%$.

40 % von 1500 Personen sind $\frac{40}{100} \cdot 1500 \text{ Personen} = 40 \cdot 15 \text{ Personen} = 600 \text{ Personen}$

Ergebnis:

Im Jahr 2022 waren von den Personen, die ein E-Bike nutzten, **600 Personen** älter als 60 Jahre.



Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1

Aufgabe 6:

a) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zweimal blau“:

Bei einmaligem Drehen des Glücksrads beträgt die Wahrscheinlichkeit für „blau“: $P(\text{blau}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Diese Wahrscheinlichkeit ändert sich nach dem ersten Drehen nicht. Mit der Produktregel erhält man:

$$P(\text{zweimal blau}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25 \%$$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, dass „zweimal blau“ angezeigt wird, ist $P(\text{zweimal blau}) = \frac{1}{4} = 25 \%$.

(Hinweis: Die Prozentangabe „25 %“ ist nicht verlangt.)

b) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „höchstens einmal weiß“:

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „höchstens einmal weiß“ sollte über das Gegenereignis „zweimal weiß“ berechnet werden. Es gilt:

$$P(\text{höchstens einmal weiß}) = 1 - P(\text{zweimal weiß})$$

→ Berechnung von $P(\text{zweimal weiß})$:

Bei einmaligem Drehen des Glücksrads beträgt die Wahrscheinlichkeit für „weiß“: $P(\text{weiß}) = \frac{1}{4}$

Mit der Produktregel erhält man: $P(\text{zweimal weiß}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$$\text{Damit folgt: } P(\text{höchstens einmal weiß}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{16}{16} - \frac{1}{16} = \frac{16-1}{16} = \frac{15}{16}$$

Ergebnis:

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „höchstens einmal weiß“ ist $P(\text{höchstens einmal weiß}) = \frac{15}{16}$.

Aufgabe 7:

Die Formel, die nicht verwendet werden kann:

Lösungsmöglichkeit 1:

Man erstellt für die drei Muster durch Zählen der Holzstäbchen drei Wertepaare $(n; s)$ und setzt diese Wertepaare anschließend sowohl in die Formel $s = 12n + 4$ als auch in die Formel $s = 4n + 12$ ein.

Diejenige Formel, bei der dann eine falsche Aussage entsteht, darf nicht verwendet werden.

Zählen der Holzstäbchen ergibt:

Muster 1: $s = 16 \Rightarrow$ Wertepaar $(1; 16)$

Muster 2: $s = 28 \Rightarrow$ Wertepaar $(2; 28)$

Muster 3: $s = 40 \Rightarrow$ Wertepaar $(3; 40)$

- Einsetzen der Wertepaare in die Formel $s = 12n + 4$ ergibt:

Mit $(1; 16)$: $16 = 12 \cdot 1 + 4 = 16$; wahre Aussage

Mit $(2; 28)$: $28 = 12 \cdot 2 + 4 = 28$; wahre Aussage

Mit $(3; 40)$: $40 = 12 \cdot 3 + 4 = 40$; wahre Aussage



Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1

- Einsetzen der Wertepaare in die Formel $s = 4n + 12$ ergibt:

Mit (1; 16): $16 = 4 \cdot 1 + 12 = 16$; wahre Aussage

Mit (2; 28): $28 = 4 \cdot 2 + 12 = 20$; falsche Aussage

Mit (3; 40): $40 = 4 \cdot 3 + 12 = 24$; falsche Aussage

Somit ist die Formel $s = 4n + 12$ ungeeignet.

Ergebnis: Die Formel $s = 4n + 12$ darf nicht verwendet werden.

Lösungsmöglichkeit 2: (etwas anspruchsvoller)

Weil die Anzahl der Holzstäbchen von einem Muster zum nächsten um 12 zunimmt, muss für die richtige Formel gelten: $s_{n+1} - s_n = 12$

Darin ist s_n die Anzahl der Holzstäbchen des n -ten Musters und s_{n+1} die Anzahl der Holzstäbchen des $(n+1)$ -ten Musters.

- Mit der Formel $s = 12n + 4$ ist $s_{n+1} = 12(n+1) + 4$ und $s_n = 12n + 4$.

Damit folgt für den Term $s_{n+1} - s_n$:

$$s_{n+1} - s_n = 12(n+1) + 4 - (12n + 4) = 12n + 12 + 4 - 12n - 4 = 12n + 16 - 12n - 4 = 12$$

(Hinweis: Man achte auf die Klammersetzung um den Term „ $12n + 4$ “. Sonst entsteht ein Vorzeichenfehler.)

Weil die Formel $s = 12n + 4$ auch die Anzahl der Holzstäbchen des ersten Musters ($n = 1$ und $s = 16$) richtig beschreibt, kann diese Formel auch für alle anderen Muster verwendet werden und ist daher richtig.

- Mit der Formel $s = 4n + 12$ ist $s_{n+1} = 4(n+1) + 12$ und $s_n = 4n + 12$.

Damit folgt für den Term $s_{n+1} - s_n$:

$$s_{n+1} - s_n = 4(n+1) + 12 - (4n + 12) = 4n + 4 + 12 - 4n - 12 = 4n + 16 - 4n - 12 = 4$$

Nach dieser Formel würde die Anzahl der Holzstäbchen von einem Muster zum nächsten nur um 4 Holzstäbchen zunehmen. Diese Formel darf daher nicht verwendet werden.

Ergebnis: Die Formel $s = 4n + 12$ darf nicht verwendet werden.