



Teil A₁ und A₂ - Pflichtteil:

Pflichtteil A1	2
Pflichtteil A2	7

Teil B - Wahlteil:

Aufgabe W1a	16
Aufgabe W1b	18
Aufgabe W2a	20
Aufgabe W2b	23
Aufgabe W3a	25
Aufgabe W3b	27

Wichtige Hinweise zum Copyright:

Das Werk und seine Teile sind urheberrechtlich geschützt und nur für die eigene Nutzung zugelassen. Kopieren und Vervielfältigen der vorliegenden Datei ist verboten! Jede Nutzung in anderen Fällen bedarf der vorherigen schriftlichen Einwilligung des Verlags.

Hinweis zu § 52a UrhG: Weder das Werk noch seine Teile dürfen ohne eine solche Einwilligung vervielfältigt oder in ein Netzwerk eingestellt werden. Dies gilt auch für Intranets von Schulen und sonstigen Bildungseinrichtungen.

Ausgenommen von diesen Regelungen ist die **Verwendung für folgende Unterrichtszwecke:**

So dürfen Lehrkräfte die vorliegende Datei zu Unterrichtszwecken ausdrucken, mit elektronischen Projektionsverfahren (wie Laptop und Beamer) einsetzen und OHP-Folien erstellen. Verboten ist allerdings die Weitergabe der Datei auf elektronischen Datenträgern.

Verstöße werden strafrechtlich verfolgt!

© Mathematik-Verlag 2025, Mosbach

Mathematik-Verlag Rainer Hild
Steige 44-2
74821 Mosbach
Internet: <https://matheverlag.com>
E-Mail: info@matheverlag.com

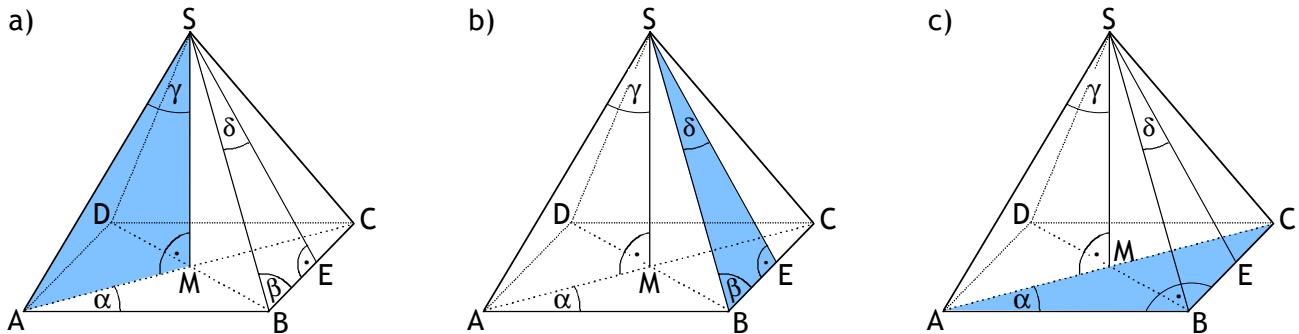
Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1



Aufgabe 1:

Vervollständigen der Gleichungen:

Um die Gleichungen zu vervollständigen, muss man folgende rechtwinklige Dreiecke betrachten:



Zu a):

Im Dreieck AMS ist die Strecke $\overline{AS}$ die Hypotenuse. Vom Winkel γ aus betrachtet ist die Strecke $\overline{AM}$ die Gegenkathete. Somit gilt: $\sin \gamma = \frac{\overline{AM}}{\overline{AS}}$

Zu b):

Im Dreieck BES sind die Strecken $\overline{SE}$ und $\overline{BE}$ immer Katheten - unabhängig davon, von welchem Winkel aus man sie betrachtet. Daher muss in der Lücke der Gleichung die Tangensfunktion „tan“ stehen, weil sowohl in der Sinusfunktion als auch in der Kosinusfunktion eine Hypotenuse vorkommt. Für die Tangensfunktion („Gegenkathete durch Ankathete“) gibt es im Dreieck BES zwei Möglichkeiten (siehe oben b):

$$\tan \delta = \frac{\overline{BE}}{\overline{SE}} \quad \text{oder} \quad \tan \beta = \frac{\overline{SE}}{\overline{BE}}. \quad \text{Somit ist } \tan \beta = \frac{\overline{SE}}{\overline{BE}} \text{ die richtige Antwort.}$$

Hinweise:

Vom Winkel δ aus betrachtet ist $\overline{BE}$ die Gegenkathete und $\overline{SE}$ die Ankathete.

Vom Winkel β aus betrachtet ist $\overline{SE}$ die Gegenkathete und $\overline{BE}$ die Ankathete.

Zu c):

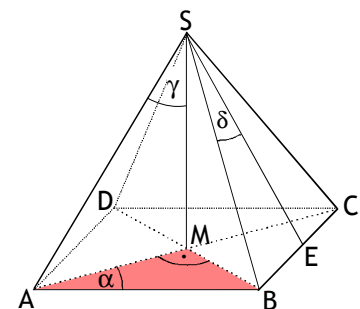
Vom Winkel α aus betrachtet muss wegen „Kosinus = Ankathete durch Hypotenuse“ die Strecke $\overline{AB}$ die Ankathete sein. Dies ist nur in dem rechtwinkligen Dreieck ABC der Fall (siehe oben c).

In diesem Dreieck ist die Strecke $\overline{AC}$ die Hypotenuse.

$$\text{Somit gilt: } \cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$$

Man beachte:

Das rechtwinklige Dreieck ABM darf man hier nicht betrachten, weil darin der rechte Winkel bei M liegt und die Strecke $\overline{AB}$ die Hypotenuse ist (siehe Abbildung rechts).



Das Dreieck ABM ist ungeeignet für die Gleichung $\cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\square}$.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1



Aufgabe 2:

Benjamins Fehler:

• Erster Fehler:

Benjamin hat die **Koordinaten des Scheitelpunkts** der Parabel falsch bestimmt.

Mit einer quadratischen Ergänzung der Funktionsgleichung

$y = x^2 + 4x + 6$ erhält man stattdessen:

$$y = x^2 + 4x + 4 + 6 - 4$$

$$\Leftrightarrow y = x^2 + 4x + 2^2 + 6 - 2^2 \quad | \text{Anwenden der 1. binomischen Formel}$$

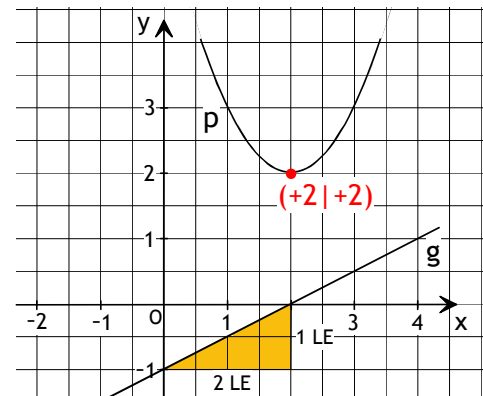
$$\Leftrightarrow y = (x + 2)^2 + 6 - 4$$

$$\Leftrightarrow y = (x + 2)^2 + 2$$

Dieser Scheitelform entnimmt man: **S(-2 | 2)**

Das ist der richtige Scheitelpunkt.

In der Zeichnung von Benjamin hat der Scheitelpunkt der Parabel aber die Koordinaten **(+2 | +2)**.



• Zweiter Fehler:

Benjamin hat die **Steigung der Geraden** $g: y = 2x - 1$ ($m = 2$) falsch eingezeichnet. In Benjamins

Zeichnung hat die Gerade g die Steigung $m' = \frac{1}{2} = 0,5$ (siehe **Steigungsdreieck** in der Zeichnung).

Aufgabe 3:

Die Lösung der Gleichung:

$$3x(x + 1) - 10 = 5 + x + 2x^2 \quad | \text{Ausmultiplizieren der Klammern}$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3x - 10 = 5 + x + 2x^2 \quad | -5 - x - 2x^2$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x^2 + 3x - x - 10 - 5 = 0 \quad | \text{Man beachte: } -x = -1x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$$

Mit der b,c-Formel $x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ erhält man (mit $b = +2$ und $c = -15$):

$$x_1 = -1 + \sqrt{1^2 - (-15)} = -1 + \sqrt{1+15} = -1 + \sqrt{16} = -1 + 4 = 3 \quad \text{und} \quad x_2 = -1 - 4 = -5$$

Ergebnis: Die Lösungen der Gleichung sind $x_1 = 3$ und $x_2 = -5$.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1



Aufgabe 4:

Das richtige Zeichen ($<$; $=$; $>$) in den zwei Sinus-Gleichungen:

Zum Vergleich der Sinuswerte muss man die Sinuswerte in einem Einheitskreis darstellen bzw. skizzieren (siehe Abbildungen 1 und 2). Darin ist der Abstand der Zeigerspitze zur x-Achse der jeweilige Sinuswert.

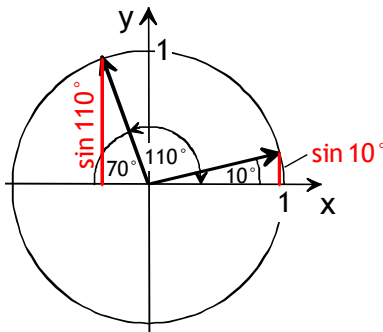


Abbildung 1

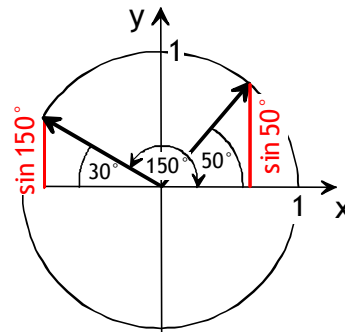


Abbildung 2

- a) In der Abbildung 1 erkennt man: $\sin 10^\circ < \sin 110^\circ$
 b) In der Abbildung 2 erkennt man: $\sin 50^\circ > \sin 150^\circ$

Aufgabe 5:

a) Die Anzahl der Personen, die im Jahr 2023 ein E-Bike nutzten:

Die 6000 befragten Personen sind der Grundwert $G = 6000$ Personen. Der Prozentsatz der E-Bike-Nutzer im Jahr 2023 ist $p\% = 30\%$ (siehe Diagramm).

30 % von 6000 Personen sind $30\% \cdot 6000 \text{ P.} = \frac{30}{100} \cdot 6000 \text{ P.} = 30 \cdot 60 \text{ Personen} = \mathbf{1800 \text{ Personen}}$.

Ergebnis: Im Jahr 2023 nutzten 1800 Personen ein E-Bike.

Hinweise:

- Das Prozentzeichen “%” ist eine Abkürzung für die Rechenoperation „durch 100“. Es gilt: $p\% = \frac{p}{100}$.
- In der Berechnung wurde im Term $\frac{30}{100} \cdot 6000$ die Zahl 6000 mit 100 gekürzt.

b) Die Anzahl der Personen, die im Jahr 2022 ein E-Bike nutzten und älter als 60 Jahre waren:

• Zunächst muss man berechnen, wie viele Personen im Jahr 2022 ein E-Bike nutzten. Der Rechenweg ist der gleiche wie in Aufgabe a), hier allerdings mit dem Prozentsatz $p\% = 25\%$. Man erhält:

25 % von 6000 Personen sind $25\% \cdot 6000 \text{ P.} = \frac{25}{100} \cdot 6000 \text{ P.} = 25 \cdot 60 \text{ Personen} = \mathbf{1500 \text{ Personen}}$.

Hinweis: Das Produkt $25 \cdot 60$ kann man ohne Taschenrechner leicht so berechnen:

$$25 \cdot 60 = (20 + 5) \cdot 60 = 20 \cdot 60 + 5 \cdot 60 = 1200 + 300 = 1500$$

• Im zweiten Schritt muss man die 1500 Personen als neuen Grundwert $G_{\text{neu}} = 1500$ Personen betrachten. Der neue Prozentsatz ist nun $p_{\text{neu}} = 40\%$.

40 % von 1500 Personen sind $\frac{40}{100} \cdot 1500 \text{ Personen} = 40 \cdot 15 \text{ Personen} = \mathbf{600 \text{ Personen}}$

Ergebnis:

Im Jahr 2022 waren von den Personen, die ein E-Bike nutzten, 600 Personen älter als 60 Jahre.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1



Aufgabe 6:

a) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zweimal blau“:

Bei einmaligem Drehen des Glücksrads beträgt die Wahrscheinlichkeit für „blau“: $P(\text{blau}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Diese Wahrscheinlichkeit ändert sich nach dem ersten Drehen nicht. Mit der Produktregel erhält man:

$$P(\text{zweimal blau}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25 \%$$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, dass „zweimal blau“ angezeigt wird, ist $P(\text{zweimal blau}) = \frac{1}{4} = 25 \%$.

(Hinweis: Die Prozentangabe „25 %“ ist nicht verlangt.)

b) Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „höchstens einmal weiß“:

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „höchstens einmal weiß“ sollte über das Gegenereignis „zweimal weiß“ berechnet werden. Es gilt:

$$P(\text{höchstens einmal weiß}) = 1 - P(\text{zweimal weiß})$$

→ Berechnung von $P(\text{zweimal weiß})$:

Bei einmaligem Drehen des Glücksrads beträgt die Wahrscheinlichkeit für „weiß“: $P(\text{weiß}) = \frac{1}{4}$

Mit der Produktregel erhält man: $P(\text{zweimal weiß}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

$$\text{Damit folgt: } P(\text{höchstens einmal weiß}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{16}{16} - \frac{1}{16} = \frac{16-1}{16} = \frac{15}{16}$$

Ergebnis:

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „höchstens einmal weiß“ ist $P(\text{höchstens einmal weiß}) = \frac{15}{16}$.

Aufgabe 7:

Die Formel, die nicht verwendet werden kann:

Lösungsmöglichkeit 1:

Man erstellt für die drei Muster durch Zählen der Holzstäbchen drei Wertepaare $(n; s)$ und setzt diese Wertepaare anschließend sowohl in die Formel $s = 12n + 4$ als auch in die Formel $s = 4n + 12$ ein.

Diejenige Formel, bei der dann eine falsche Aussage entsteht, darf nicht verwendet werden.

Zählen der Holzstäbchen ergibt:

Muster 1: $s = 16 \Rightarrow$ Wertepaar $(1; 16)$

Muster 2: $s = 28 \Rightarrow$ Wertepaar $(2; 28)$

Muster 3: $s = 40 \Rightarrow$ Wertepaar $(3; 40)$

• Einsetzen der Wertepaare in die Formel $s = 12n + 4$ ergibt:

Mit $(1; 16)$: $16 = 12 \cdot 1 + 4 = 16$; wahre Aussage

Mit $(2; 28)$: $28 = 12 \cdot 2 + 4 = 28$; wahre Aussage

Mit $(3; 40)$: $40 = 12 \cdot 3 + 4 = 40$; wahre Aussage

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A1



- Einsetzen der Wertepaare in die Formel $s = 4n + 12$ ergibt:

Mit (1; 16): $16 = 4 \cdot 1 + 12 = 16$; wahre Aussage

Mit (2; 28): $28 = 4 \cdot 2 + 12 = 20$; falsche Aussage

Mit (3; 40): $40 = 4 \cdot 3 + 12 = 24$; falsche Aussage

Somit ist die Formel $s = 4n + 12$ ungeeignet.

Ergebnis: Die Formel $s = 4n + 12$ darf nicht verwendet werden.

Lösungsmöglichkeit 2: (etwas anspruchsvoller)

Weil die Anzahl der Holzstäbchen von einem Muster zum nächsten um 12 zunimmt, muss für die richtige Formel gelten: $s_{n+1} - s_n = 12$

Darin ist s_n die Anzahl der Holzstäbchen des n -ten Musters und s_{n+1} die Anzahl der Holzstäbchen des $(n+1)$ -ten Musters.

- Mit der Formel $s = 12n + 4$ ist $s_{n+1} = 12(n+1) + 4$ und $s_n = 12n + 4$.

Damit folgt für den Term $s_{n+1} - s_n$:

$$s_{n+1} - s_n = 12(n+1) + 4 - (12n+4) = 12n + 12 + 4 - 12n - 4 = 12n + 16 - 12n - 4 = 12$$

(Hinweis: Man achte auf die Kammersetzung um den Term „ $12n+4$ “. Sonst entsteht ein Vorzeichenfehler.)

Weil die Formel $s = 12n + 4$ auch die Anzahl der Holzstäbchen des ersten Musters ($n = 1$ und $s = 16$) richtig beschreibt, kann diese Formel auch für alle anderen Muster verwendet werden und ist daher richtig.

- Mit der Formel $s = 4n + 12$ ist $s_{n+1} = 4(n+1) + 12$ und $s_n = 4n + 12$.

Damit folgt für den Term $s_{n+1} - s_n$:

$$s_{n+1} - s_n = 4(n+1) + 12 - (4n+12) = 4n + 4 + 12 - 4n - 12 = 4n + 16 - 4n - 12 = 4$$

Nach dieser Formel würde die Anzahl der Holzstäbchen von einem Muster zum nächsten nur um 4 Holzstäbchen zunehmen. Diese Formel darf daher nicht verwendet werden.

Ergebnis: Die Formel $s = 4n + 12$ darf nicht verwendet werden.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2



Aufgabe 1:

Lösungsübersicht:

Das Viereck BEFG ist ein Trapez mit der Höhe $h = \overline{EF}$. Für dessen Flächeninhalt gilt:

$$A_{\text{BEFG}} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{\text{FG}} + \overline{\text{BE}}) \cdot \overline{\text{EF}}$$

- Für die Strecke $\overline{EF}$ gilt: $\overline{EF} = \overline{DM}$. Die Strecke $\overline{DM}$ kann im Dreieck ADM mit der Sinusfunktion und den Werten $\alpha = 70,0^\circ$ und $\overline{AM} = 0,5 \cdot 14,8 \text{ cm} = 7,4 \text{ cm}$ berechnet werden (siehe Figur 1).
- Für die Strecke $\overline{BE}$ gilt: $\overline{BE} = 13,6 \text{ cm} - \overline{AB}$ (siehe Figur 2). Zur Berechnung der Strecke $\overline{AB}$ muss man die Höhe h_{AB} des gleichschenkligen Dreiecks ABC auf die Grundseite $\overline{AB}$ einzeichnen (siehe Figur 2). Der Punkt H halbiert darin die Strecke $\overline{AB}$. Die Hälfte von $\overline{AB}$ kann dann im Dreieck AHC mit der Kosinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 2).
- Für die Strecke $\overline{FG}$ gilt: $\overline{FG} = \overline{FM} - \overline{GM}$, mit $\overline{FM} = \overline{DE}$ (siehe Figur 3).

Für die Strecke $\overline{DE}$ gilt: $\overline{DE} = 13,6 \text{ cm} - \overline{AD}$

Die Strecke $\overline{AD}$ kann im Dreieck ADM mit der Kosinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 3).

Die Strecke $\overline{GM}$ kann mit dem zweiten Strahlensatz oder mit der Kosinusfunktion im Dreieck MJC berechnet werden (siehe Figur 4 bzw. 5).

Tipp: Wenn man überhaupt keinen Lösungsansatz erkennt, sollte man mit $\alpha = 70,0^\circ$ und $\overline{AM} = 7,4 \text{ cm}$ zunächst alle Seiten des Dreiecks ADM berechnen. Außerdem sollte man die Höhe des gleichschenkligen Dreiecks ABC einzeichnen. Dadurch entsteht wieder ein rechtwinkliges Dreieck (AHC), in dem alle Seiten berechnet werden sollten.

Der Flächeninhalt des Vierecks BEFG:

Das Viereck BEFG ist ein Trapez mit der Höhe $h = \overline{EF}$. Für dessen Flächeninhalt gilt:

$$A_{\text{BEFG}} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{\text{FG}} + \overline{\text{BE}}) \cdot \overline{\text{EF}}$$

→ Berechnung der Strecke $\overline{EF}$:

Für die Strecke $\overline{EF}$ gilt: $\overline{EF} = \overline{DM}$

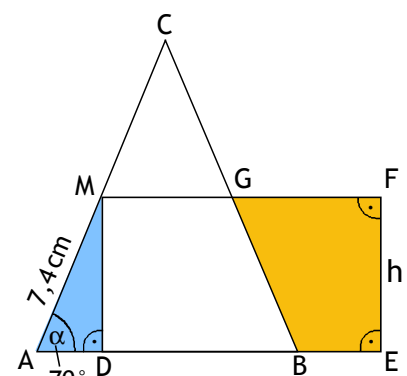
Die Strecke $\overline{DM}$ kann im Dreieck ADM mit der Sinusfunktion und den Werten $\alpha = 70,0^\circ$ und $\overline{AM} = 0,5 \cdot 14,8 \text{ cm} = 7,4 \text{ cm}$ berechnet werden. Es gilt (siehe Figur 1):

$$\sin 70^\circ = \frac{\overline{DM}}{7,4} \quad | \cdot 7,4$$

$$\Leftrightarrow 7,4 \cdot \sin 70^\circ = \overline{DM}$$

$$\Leftrightarrow 6,95 = \overline{DM} \text{ bzw. } \overline{DM} = 6,95 \text{ cm}$$

Damit ist auch $\overline{EF} = 6,95 \text{ cm.}$



Figur 1

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2



→ Berechnung der Strecke $\overline{BE}$:

Für die Strecke $\overline{BE}$ gilt: $\overline{BE} = 13,6 \text{ cm} - \overline{AB}$ (siehe Figur 2).

Zur Berechnung der Strecke $\overline{AB}$ muss man die **Höhe h_{AB}** des gleichschenkligen Dreiecks ABC auf die Grundseite $\overline{AB}$ einzeichnen (siehe Figur 2). Der **Punkt H** halbiert darin die Strecke $\overline{AB} = 2 \overline{AH}$.

Die Strecke $\overline{AH}$ kann im Dreieck AHC mit der Kosinusfunktion berechnet werden. Es gilt (siehe Figur 2):

$$\cos 70^\circ = \frac{\overline{AH}}{14,8} \quad | \cdot 14,8$$

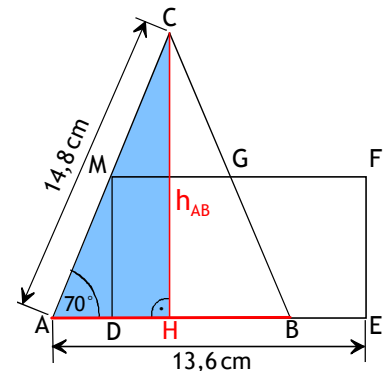
$$\Leftrightarrow 14,8 \cdot \cos 70^\circ = \overline{AH}$$

$$\Leftrightarrow 5,06 = \overline{AH} \quad \text{bzw.} \quad \overline{AH} = 5,06 \text{ cm}$$

Für $\overline{AB}$ folgt damit: $\overline{AB} = 2 \cdot 5,06 \text{ cm} = 10,12 \text{ cm}$.

Und für $\overline{BE} = 13,6 \text{ cm} - \overline{AB}$ folgt mit $\overline{AB} = 10,12 \text{ cm}$:

$$\overline{BE} = 13,6 \text{ cm} - 10,12 \text{ cm} = 3,48 \text{ cm}.$$



Figur 2

→ Berechnung der Strecke $\overline{FG}$:

Für die Strecke $\overline{FG}$ gilt: $\overline{FG} = \overline{FM} - \overline{GM}$ (siehe Figur 3).

• Für die Strecke $\overline{FM}$ gilt: $\overline{FM} = \overline{DE} = 13,6 \text{ cm} - \overline{AD}$

Die Strecke $\overline{AD}$ kann im Dreieck ADM mit der Kosinusfunktion berechnet werden (siehe Figur 3). Darin gilt:

$$\cos 70^\circ = \frac{\overline{AD}}{7,4} \quad | \cdot 7,4$$

$$\Leftrightarrow 7,4 \cdot \cos 70^\circ = \overline{AD}$$

$$\Leftrightarrow 2,53 = \overline{AD} \quad \text{bzw.} \quad \overline{AD} = 2,53 \text{ cm}$$

Für $\overline{DE} = 13,6 \text{ cm} - \overline{AD}$ folgt damit: $\overline{DE} = 11,07 \text{ cm}$

Damit ist auch $\overline{FM} = 11,07 \text{ cm}$.

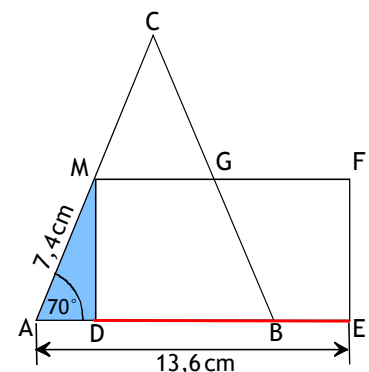
• Die Strecke $\overline{GM}$ kann mit dem zweiten Strahlensatz berechnet werden (siehe Figur 4). In der Strahlensatzfigur CAB (mit dem Zentrum bei C und den Parallelen $\overline{GM}$ und $\overline{AB}$) gilt:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{GM}} = \frac{2 \cdot 7,4}{7,4} \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{GM}} = 2. \quad \text{Mit } \overline{AB} = 10,12 \text{ cm (siehe oben) folgt:}$$

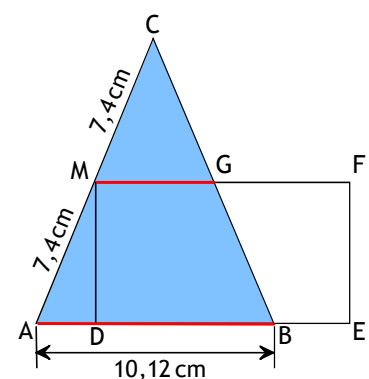
$$\frac{10,12}{\overline{GM}} = 2 \quad | \cdot \overline{GM}$$

$$\Leftrightarrow 10,12 = 2 \overline{GM} \quad | : 2$$

$$\Leftrightarrow 5,06 = \overline{GM} \quad \text{bzw.} \quad \overline{GM} = 5,06 \text{ cm}$$



Figur 3



Figur 4

Hinweis: Die Strecke $\overline{GM}$ kann auch mit trigonometrischen Überlegungen bestimmt werden (→ Seite 9, Figur 5).

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2



Einsetzen von $\overline{FM} = 11,07 \text{ cm}$ und $\overline{GM} = 5,06 \text{ cm}$ in $\overline{FG} = \overline{FM} - \overline{GM}$ ergibt:

$$\overline{FG} = 11,07 \text{ cm} - 5,06 \text{ cm} = \mathbf{6,01 \text{ cm}}.$$

Einsetzen von $\overline{EF} = 6,95 \text{ cm}$, $\overline{BE} = 3,48 \text{ cm}$ und $\overline{FG} = 6,01 \text{ cm}$ in $A_{\text{BEFG}} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{FG} + \overline{BE}) \cdot \overline{EF}$ ergibt:

$$A_{\text{BEFG}} = \frac{1}{2} \cdot (6,01 \text{ cm} + 3,48 \text{ cm}) \cdot 6,95 \text{ cm} = \frac{1}{2} \cdot 9,49 \text{ cm} \cdot 6,95 \text{ cm} = \mathbf{33,0 \text{ cm}^2}$$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Vierecks BEFG beträgt **33,0 cm²**.

Alternative Berechnung von $\overline{GM}$:

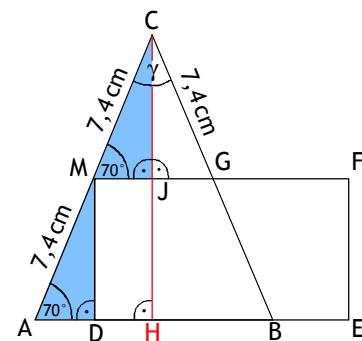
Die Höhe $\overline{CH}$ des gleichschenkligen Dreiecks ABC halbiert die Strecke $\overline{GM}$ im Punkt J (siehe Figur 5).

(Hinweis: Weil die Strecke $\overline{CH}$ den Winkel γ halbiert und senkrecht zur Strecke $\overline{GM}$ steht, sind die Dreiecke MJC und JGC spiegelsymmetrisch zueinander (siehe Figur 5). Somit gilt: $\overline{JM} = \overline{GJ}$)

Weil die **Dreiecke ADM und MJC** in zwei Winkeln und einer Seite übereinstimmen, sind sie kongruent. Somit gilt:

$$\overline{JM} = \overline{AD}. \text{ Mit } \overline{AD} = 2,53 \text{ cm (siehe Seite 8) folgt: } \overline{JM} = 2,53 \text{ cm}$$

$$\text{Für } \overline{GM} = 2 \cdot \overline{JM} \text{ folgt damit: } \overline{GM} = 2 \cdot 2,53 \text{ cm} = 5,06 \text{ cm}$$



Figur 5

Aufgabe 2:

Berechnung der Fläche der Kunststoffplane:

Die Kunststoffplane besteht aus einem Kegelmantel (Dach) und einem Zylindermantel (Seitenwand des Zeltes). Für deren Flächeninhalt gilt also (siehe Formelsammlung):

$$A_{\text{Plane}} = \pi \cdot r \cdot s + 2\pi \cdot r \cdot h_z; \text{ darin ist } h_z \text{ die Höhe des Zylinders.}$$

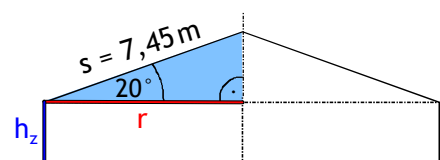
$$\text{Mit } s = 7,45 \text{ m lautet diese Formel: } A_{\text{Plane}} = \pi \cdot r \cdot \mathbf{7,45} + 2\pi \cdot r \cdot h_z$$

→ Berechnung des Radius' r:

Der **Radius r** kann mit der Kosinusfunktion in dem markierten Dreieck der Figur 1 berechnet werden. Es gilt:

$$\cos 20^\circ = \frac{r}{7,45} \quad | \cdot 7,45$$

$$\Leftrightarrow 7,0 = r \text{ bzw. } \mathbf{r = 7,0 \text{ m}}$$



Figur 1

→ Berechnung der Höhe h_z :

Die **Höhe h_z** des Zylinders kann mit dem angegebenen Volumen des zusammengesetzten Körpers berechnet werden. Es gilt (siehe Formelsammlung):

$$V_{\text{ges}} = \pi \cdot r^2 \cdot h_z + \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h_K; \text{ mit } h_K = \text{Kegelhöhe}$$

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2



Einsetzen von $V_{\text{ges}} = 500 \text{ m}^3$ und $r = 7,0 \text{ m}$ in die Formel $V_{\text{ges}} = \pi \cdot r^2 \cdot h_z + \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h_K$ ergibt:

$$500 = \pi \cdot 7,0^2 \cdot h_z + \frac{1}{3} \pi \cdot 7,0^2 \cdot h_K$$

$$\Leftrightarrow 500 = \pi \cdot 49 \cdot h_z + \frac{1}{3} \pi \cdot 49 \cdot h_K$$

Um aus dieser Gleichung die **Zylinderhöhe h_z** bestimmen zu können, benötigt man noch den Wert der **Kegelhöhe h_K** .

Die Kegelhöhe h_K kann in dem markierten Dreieck der Figur 2 mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden. Darin gilt:

$$7,45^2 = r^2 + h_K^2$$

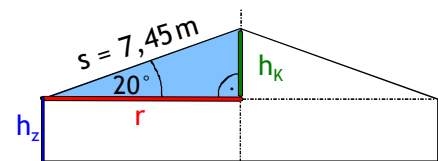
Mit $r = 7,0 \text{ m}$ folgt:

$$7,45^2 = 7,0^2 + h_K^2$$

$$\Leftrightarrow 55,5 = 49 + h_K^2 \quad | -49$$

$$\Leftrightarrow 6,5 = h_K^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\Rightarrow 2,55 = h_K \text{ bzw. } h_K = 2,55 \text{ m}$$



Figur 2

Einsetzen von $h_K = 2,55 \text{ m}$ in $500 = \pi \cdot 49 \cdot h_z + \frac{1}{3} \pi \cdot 49 \cdot h_K$ ergibt:

$$500 = \pi \cdot 49 \cdot h_z + \frac{1}{3} \pi \cdot 49 \cdot 2,55$$

$$\Leftrightarrow 500 = 153,94 \cdot h_z + 130,85 \quad | -130,85$$

$$\Leftrightarrow 369,15 = 153,94 \cdot h_z \quad | :153,94$$

$$\Leftrightarrow 2,40 = h_z \text{ bzw. } h_z = 2,40 \text{ m}$$

Einsetzen von $r = 7,0 \text{ m}$ und $h_z = 2,40 \text{ m}$ in $A_{\text{Plane}} = \pi \cdot r \cdot 7,45 + 2\pi \cdot r \cdot h_z$ ergibt:

$$A_{\text{Plane}} = \pi \cdot 7,0 \cdot 7,45 + 2\pi \cdot 7,0 \cdot 2,40 = 163,8 \text{ m}^2 + 105,6 \text{ m}^2 = 269,4 \text{ m}^2$$

Ergebnis: Es werden **269,4 m²** Kunststoffplane benötigt.

Aufgabe 3:

Die Menge des Restmülls pro Person im Jahr 2023:

Die 620 kg Müll sind der Grundwert $G = 620 \text{ kg}$.

Der Prozentsatz des Restmülls ist $p \% = 72,4 \%$ (siehe Diagramm).

$$72,4 \% \text{ von } 620 \text{ kg sind } 72,4 \% \cdot 620 \text{ kg} = \frac{72,4}{100} \cdot 620 \text{ kg} = 448,9 \text{ kg}$$

Ergebnis: Die Menge an Restmüll lag im Jahr 2023 bei **448,9 kg** pro Person.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2



Die Menge an Glas, die im Jahr 2023 pro Person entsorgt wurde:

Zunächst muss man berechnen, wie viele Kilogramm Verpackungsmüll im Jahr 2023 pro Person entstanden sind. Mit dem Glasanteil (33,7 %) am Verpackungsmüll kann man dann die gesuchte Menge an Glas berechnen.

Das gesamte Müllaufkommen (= 620 kg) setzt sich laut Kreisdiagramm aus Restmüll und Verpackungsmüll zusammen. Die Menge des Restmülls (= 448,9 kg) wurde bereits im ersten Aufgabenteil berechnet. Somit betrug die Menge an Verpackungsmüll $620 \text{ kg} - 448,9 \text{ kg} = 171,1 \text{ kg}$.

Mit dem Grundwert $G = 171,1 \text{ kg}$ und dem Prozentsatz $p \% = 33,7 \%$ erhält man für die gesuchte Menge an Glas:

$$33,7 \% \text{ von } 171,1 \text{ kg sind } 33,7 \% \cdot 171,1 \text{ kg} = \frac{33,7}{100} \cdot 171,1 \text{ kg} = \mathbf{57,7 \text{ kg}}$$

Ergebnis: Im Jahr 2023 wurden 57,7 kg Glas pro Person entsorgt.

Das zukünftige Müllaufkommen pro Person im Jahr 2030:

Zur Berechnung des Müllaufkommens G_- im Jahr 2030 benötigt man die Formel $G_- = G \cdot q_-^n$.

Darin sind:

G_- = verringerter Grundwert = Müllaufkommen im Jahr 2030

G = Grundwert = Müllaufkommen im Jahr 2023

q_- = jährlicher Veränderungsfaktor

n = Anzahl der Jahre

Einsetzen von $n = 7$ Jahre und $G = 620 \text{ kg}$ in die Formel $G_- = G \cdot q_-^n$ ergibt: $G_- = 620 \cdot q_-^7$

Der Veränderungsfaktor q_- kann mit der Formel $q_- = 1 - \frac{p}{100}$ berechnet werden.

Mit $p = 1,5$ erhält man: $q_- = 0,985$

Einsetzen von $q_- = 0,985$ in die Formel $G_- = 620 \cdot q_-^7$ ergibt schließlich: $G_- = 620 \cdot 0,985^7 = \mathbf{557,8 \text{ kg}}$

Ergebnis: Das Müllaufkommen wird im Jahr 2030 bei 557,8 kg pro Person liegen.

Aufgabe 4:

Beim Berechnen der gesuchten Wahrscheinlichkeiten muss man beachten, dass das Zustandekommen der ersten zwei Plätze des Entenrennens einem zweimaligen Ziehen *ohne* Zurücklegen entspricht. Denn sobald die erste von den zwölf Enten das Ziel erreicht hat, bleiben für den zweiten Platz nur noch 11 Enten übrig.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei blaue Enten auf Platz 1 und 2“:

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine blaue Ente den ersten Platz belegt, ist: $P_1(\text{blau}) = \frac{2}{12}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass als zweite Ente ebenfalls eine blaue Ente ins Ziel kommt, ist: $P_2(\text{blau}) = \frac{1}{11}$

Mit der Produktregel folgt: $P(\text{zwei blaue Enten}) = \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{132} = \frac{1}{66} \approx \mathbf{1,52 \%}$

Ergebnis:

Die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten zwei Enten blau sind, ist $P(\text{zwei blaue Enten}) = \frac{1}{66} \approx \mathbf{1,52 \%}$.



Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2

Die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten beiden Enten gelb und rot sind:

Das Ereignis „eine gelbe und eine rote Ente“ setzt sich aus den beiden Ereignissen „zuerst eine gelbe, dann eine rote Ente“ und „zuerst eine rote, dann eine gelbe Ente“ zusammen.

Mit der Summenregel gilt: $P(\text{gelb und rot}) = P(\text{gelb, rot}) + P(\text{rot, gelb})$

Mit der Produktregel erhält man: $P(\text{gelb, rot}) = \frac{3}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{21}{132}$ und $P(\text{rot, gelb}) = \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{21}{132}$

Damit folgt: $P(\text{gelb und rot}) = \frac{21}{132} + \frac{21}{132} = \frac{42}{132} = \frac{7}{22} \approx 31,82 \%$

Ergebnis:

Die Wahrscheinlichkeit, dass die ersten beiden Enten gelb und rot sind, beträgt $\frac{7}{22} \approx 31,82 \%$.

Überprüfen von Thiaras Behauptung:

Wenn von den zwölf Enten zwei rote Enten weggenommen werden, sind nur noch 10 Enten übrig. Diese bestehen dann aus 5 roten Enten, 2 blauen Enten und 3 gelben Enten.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine rote Ente den ersten Platz belegt, ist dann: $P_1(\text{rot}) = \frac{5}{10}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass als zweite Ente ebenfalls eine rote Ente ins Ziel kommt, ist: $P_2(\text{rot}) = \frac{4}{9}$

Mit der Produktregel folgt: $P(\text{zwei rote Enten}) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90} \approx 22,2 \% \neq 25 \%$

Somit ist Thiaras Behauptung falsch.

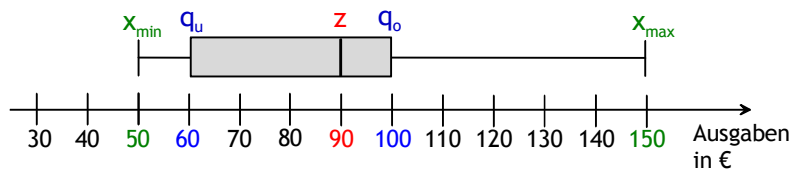
Ergebnis:

Thiaras Behauptung ist **falsch**, weil die Wahrscheinlichkeit für zwei rote Enten nur 22,2 % beträgt.

Aufgabe 5:

Die Zuordnung des Boxplots zur richtigen Umfrage:

Um den Boxplot der richtigen Umfrage zuzuordnen zu können, muss man zunächst die Ranglisten beider Umfragen erstellen und daraus die zugehörigen Kennwerte bestimmen. Die Kennwerte des abgebildeten Boxplots sind: $x_{\min} = 50 \text{ €}$; $x_{\max} = 150 \text{ €}$; $z = 90 \text{ €}$; $q_u = 60 \text{ €}$ und $q_o = 100 \text{ €}$



Rangliste zur Dienstagumfrage:

50 | 50 | 50 | 50 | 60 | 60 | 70 | 80 | 90 | 90 | 90 | 100 | 100 | 100 | 100 | 120 | 120 | 130 | 140 | 150 | 150

Kennwerte:

- Minimalwert $x_{\min} = 50 \text{ €}$ und Maximalwert $x_{\max} = 150 \text{ €}$.
- Der Zentralwert befindet sich wegen $\frac{1}{2} \cdot 21 = 10,5$ am 11. Platz der Rangliste: $z = 90 \text{ €}$
- Das untere Quartil q_u befindet sich wegen $\frac{1}{4} \cdot 21 = 5,25$ am 6. Platz der Rangliste: $q_u = 60 \text{ €}$
- Das obere Quartil q_o befindet sich wegen $\frac{3}{4} \cdot 21 = 15,75$ am 16. Platz der Rangliste: $q_o = 120 \text{ €} \neq 100 \text{ €}$

Das obere Quartil der Dienstagumfrage stimmt **nicht** mit dem Boxplot überein.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2



Rangliste zur Freitagumfrage:

50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 60 | 60 | 70 | 70 | 70 | 80 | 90 | 90 | 90 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 120 | 120 | 150 | 150 | 150

Kennwerte:

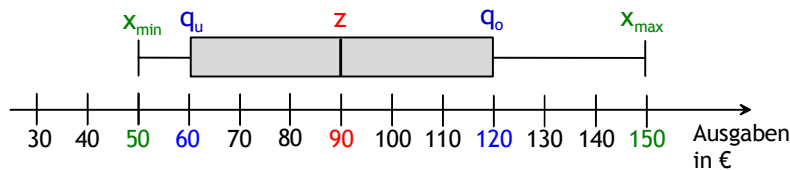
- Minimalwert $x_{\min} = 50 \text{ €}$ und Maximalwert $x_{\max} = 150 \text{ €}$
- Der Zentralwert befindet sich wegen $\frac{1}{2} \cdot 25 = 12,5$ am 13. Platz der Rangliste: $z = 90 \text{ €}$
- Das untere Quartil q_u befindet sich wegen $\frac{1}{4} \cdot 25 = 6,25$ am 7. Platz der Rangliste: $q_u = 60 \text{ €}$
- Das obere Quartil q_o befindet sich wegen $\frac{3}{4} \cdot 25 = 18,75$ am 19. Platz der Rangliste: $q_o = 100 \text{ €}$

Alle Kennwerte der Freitagumfrage stimmen mit dem abgebildeten Boxplot überein.

Ergebnis: Zu dem abgebildeten Boxplot gehört die Freitagumfrage.

Der Boxplot der Dienstagumfrage:

Mit den Kennwerten $x_{\min} = 50 \text{ €}$; $x_{\max} = 150 \text{ €}$; $z = 90 \text{ €}$; $q_u = 60 \text{ €}$ und $q_o = 120 \text{ €}$ sieht der zugehörige Boxplot so aus:



Der Boxplot der Freitagumfrage mit den 4 neuen Werten:

Mit den 4 neuen Werten besteht die neue Rangliste aus 29 Werten:

50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 60 | 60 | 60 | 70 | 70 | 70 | 70 | 80 | 80 | 90 | 90 | 90 | 90 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 120 | 120 | 150 | 150 | 150

Kennwerte der neuen Rangliste:

- Minimalwert $x_{\min} = 50 \text{ €}$ und Maximalwert $x_{\max} = 150 \text{ €}$
- Der Zentralwert befindet sich nun wegen $\frac{1}{2} \cdot 29 = 14,5$ am 15. Platz der Rangliste: $z_{\text{neu}} = 80 \text{ €}$

Man erhält also einen neuen Zentralwert (bisher $z = 90 \text{ €}$). Somit ändert sich auch der gesamte neue Boxplot.

Hinweise:

Die Werte der Quartile braucht man an dieser Stelle nicht mehr bestimmen, weil die Frage mit dem veränderten Zentralwert bereits beantwortet ist. Man würde erhalten:

Unteres Quartil q_u : wegen $\frac{1}{4} \cdot 29 = 7,25$ am 8. Platz der Rangliste: $q_u = 60 \text{ €}$

Oberes Quartil q_o : wegen $\frac{3}{4} \cdot 29 = 21,75$ am 22. Platz der Rangliste: $q_o = 100 \text{ €}$

Das sind die alten Quartile.

Ergebnis: Mit den 4 neuen Werten ändert sich der Zentralwert und damit der gesamte neue Boxplot.

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2



Aufgabe 6:

Die Funktionsgleichung der Parabel p:

Einsetzen der Koordinaten von A(-2|-5) und B(-6|-5) in die allgemeine Parabelgleichung $y = x^2 + bx + c$ ergibt das folgende Gleichungssystem:

$$\text{Mit A}(-2|-5): -5 = (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \Leftrightarrow -5 = 4 - 2b + c \quad (\text{I})$$

$$\text{Mit B}(-6|-5): -5 = (-6)^2 + b \cdot (-6) + c \Leftrightarrow -5 = 36 - 6b + c \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) - (\text{II}): 0 = -32 + 4b \Leftrightarrow b = 8$$

Einsetzen von $b = 8$ in die Gleichung (I) $-5 = 4 - 2b + c$ ergibt:

$$-5 = 4 - 2 \cdot 8 + c$$

$$\Leftrightarrow -5 = 4 - 16 + c$$

$$\Leftrightarrow -5 = -12 + c \quad | +12$$

$$\Leftrightarrow 7 = c \text{ bzw. } c = 7$$

Ergebnis: Die Funktionsgleichung von p ist $y = x^2 + 8x + 7$.

Die Funktionsgleichung der Geraden g:

Um die Gleichung der Geraden g bestimmen zu können, benötigt man die Koordinaten der Punkte S und N_2 .

→ Der Scheitelpunkt S der Parabel p:

Um die Koordinaten des Scheitelpunkts S bestimmen zu können, muss man die Gleichung der Parabel p: $y = x^2 + 8x + 7$ mit einer quadratischen Ergänzung in die Scheitelform umwandeln:

$$y = x^2 + 8x + 4^2 + 7 - 4^2 \quad | \text{Anwenden der 1. binomischen Formel}$$

$$\Leftrightarrow y = (x + 4)^2 + 7 - 16$$

$$\Leftrightarrow y = (x + 4)^2 - 9$$

Der Scheitelpunkt der Parabel p hat somit die Koordinaten **S(-4|-9)**.

→ Der Schnittpunkt N_2 der Parabel p mit der x-Achse:

Einsetzen von $y = 0$ in die Gleichung p: $y = x^2 + 8x + 7$ ergibt: $0 = x^2 + 8x + 7$

Mit der b,c-Formel $x_{1,2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ erhält man (mit $b = +8$ und $c = +7$):

$$x_1 = -4 + \sqrt{4^2 - 7} = -4 + \sqrt{16 - 7} = -4 + \sqrt{9} = -4 + 3 = -1 \quad \text{und} \quad x_2 = -4 - 3 = -7$$

$x_1 = -1$ ist die x-Koordinate von $N_1(-1|0)$. Der zweite Schnittpunkt N_2 ist daher **$N_2(-7|0)$** .

Hinweis: Die y-Koordinate $y_2 = 0$ von N_2 kann ohne Rechnung angegeben werden, weil N_2 laut Aufgabenstellung auf der x-Achse liegt.

Einsetzen der Koordinaten von S(-4|-9) und $N_2(-7|0)$ in die allgemeine Geradengleichung $y = m \cdot x + c$ ergibt das folgende Gleichungssystem:

$$\text{Mit S}(-4|-9): -9 = m \cdot (-4) + c \Leftrightarrow -9 = -4m + c \quad (\text{I})$$

$$\text{Mit } N_2(-7|0): 0 = m \cdot (-7) + c \Leftrightarrow 0 = -7m + c \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) - (\text{II}): -9 = 3m \Leftrightarrow m = -3$$

Lösungen zur Prüfung 2025: Pflichtteil A2

Einsetzen von $m = -3$ in die Gleichung (I) $-9 = -4m + c$ ergibt:

$$-9 = -4 \cdot (-3) + c$$

$$\Leftrightarrow -9 = 12 + c \quad | -12$$

$$\Leftrightarrow -21 = c \text{ bzw. } c = -21$$

Ergebnis: Die Gerade g hat die Funktionsgleichung $y = -3x - 21$.

Alternative Berechnung:

Man kann die Steigung der Geraden g auch zuerst mit den Punkten $S(-4|-9)$ und $N_2(-7|0)$ und der

Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ bestimmen. Man erhält mit $y_2 = -9$, $y_1 = 0$ und $x_2 = -4$ und $x_1 = -7$:

$$m = \frac{-9 - 0}{-4 - (-7)} = \frac{-9}{3} = -3$$

Einsetzen der Koordinaten von $N_2(-7|0)$ in die unvollständige Gleichung $y = -3x + c$ ergibt:

$$0 = -3 \cdot (-7) + c$$

$$\Leftrightarrow 0 = 21 + c \quad | -21$$

$$\Leftrightarrow -21 = c \text{ bzw. } c = -21$$

(Hinweis: Man hätte auch die Koordinaten von $S(-4|-9)$ in die Gleichung $y = -3x + c$ einsetzen können.)

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W1



Aufgabe W1a:

Lösungsübersicht:

Für den **Umfang des Dreiecks EBC** gilt: $u_{EBC} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{BE}$

- Zur Berechnung der **Strecke $\overline{BC}$** muss man die Figur so mit einem Punkt F ergänzen, dass das Rechteck ABFD entsteht (siehe Figur 1). Die Strecke $\overline{BC}$ kann dann in dem rechtwinkligen Dreieck BFC mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden, wenn man die Strecken $\overline{BF}$ und $\overline{CF}$ kennt (siehe Figur 1). Für die Strecke $\overline{BF}$ gilt: $\overline{BF} = \overline{AD} = 3,8 \text{ cm}$. Für die Strecke $\overline{CF}$ gilt: $\overline{CF} = 12,9 \text{ cm} - \overline{CD}$. Die Strecke $\overline{CD}$ kann im rechtwinkligen Dreieck ACD mit der Tangensfunktion berechnet werden (siehe Figur 1).
 - Die **Strecke $\overline{CE}$** kann im rechtwinkligen Dreieck AEC mit der Tangensfunktion berechnet werden, wenn man die Strecke $\overline{AC}$ und den Winkel α_2 kennt (siehe Figur 2). Die Strecke $\overline{AC}$ wiederum kann im Dreieck ACD mit der Kosinusfunktion oder mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden (siehe Figur 3). Für den Winkel α_2 gilt: $\alpha_2 = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$.
 - Für die **Strecke $\overline{BE}$** gilt: $\overline{BE} = 12,9 \text{ cm} - \overline{AE}$ (siehe Figur 4). Die Strecke $\overline{AE}$ kann im Dreieck AEC mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden, da man die Strecken $\overline{AC}$ und $\overline{CE}$ bereits berechnet hat.
- Tip:** Wenn man überhaupt keinen Lösungsansatz erkennt, sollte man zunächst in den Dreiecken ACD und AEC alle fehlenden Strecken berechnen.

Berechnung der Strecke $\overline{BC}$:

Zunächst muss man die Punkte ABD mit einem Punkt F zu einem Rechteck ergänzen. Dadurch entsteht das rechtwinklige Dreieck BFC (siehe Figur 1).

Darin gilt der Satz des Pythagoras: $\overline{BC}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{BF}^2$

Für die Strecke $\overline{BF}$ gilt: $\overline{BF} = \overline{AD} = \underline{3,8 \text{ cm}}$

Für die Strecke $\overline{CF}$ gilt: $\overline{CF} = 12,9 \text{ cm} - \overline{CD}$

Die Strecke $\overline{CD}$ kann Dreieck ACD mit der Tangensfunktion berechnet werden (siehe Figur 1). Darin gilt:

$$\tan 65^\circ = \frac{\overline{CD}}{3,8} \quad | \cdot 3,8$$

$$\Leftrightarrow 3,8 \cdot \tan 65^\circ = \overline{CD}$$

$$\Leftrightarrow 8,15 = \overline{CD} \text{ bzw. } \overline{CD} = 8,15 \text{ cm}$$

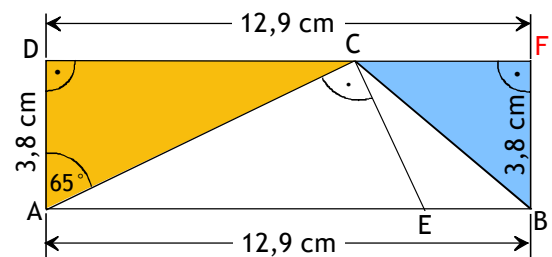
Für $\overline{CF} = 12,9 \text{ cm} - \overline{CD}$ folgt damit: $\overline{CF} = \underline{4,75 \text{ cm}}$

Einsetzen von $\overline{BF} = 3,8 \text{ cm}$ und $\overline{CF} = 4,75 \text{ cm}$ in $\overline{BC}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{BF}^2$ ergibt:

$$\overline{BC}^2 = (4,75 \text{ cm})^2 + (3,8 \text{ cm})^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 37,00 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \underline{6,08 \text{ cm}}$$



Figur 1

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W1



Berechnung der Strecke $\overline{CE}$:

Die Strecke $\overline{CE}$ kann im rechtwinkligen Dreieck AEC mit der Tangensfunktion berechnet werden (siehe Figur 2).

$$\text{Darin gilt: } \tan \alpha_2 = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}}$$

$$\text{Für } \alpha_2 \text{ gilt: } \alpha_2 = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$$

Die Strecke $\overline{AC}$ kann im Dreieck ACD mit dem Satz des Pythagoras oder mit der Kosinusfunktion berechnet werden. Mit $\overline{CD} = 8,15 \text{ cm}$ (siehe oben) gilt (siehe Figur 3):

$$\overline{AC}^2 = (3,8 \text{ cm})^2 + (8,15 \text{ cm})^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 80,86 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 8,99 \text{ cm}$$

Den gleichen Wert erhält man mit der Kosinusfunktion:

$$\cos 65^\circ = \frac{3,8}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{AC} = 8,99 \text{ cm}$$

Einsetzen von $\alpha_2 = 25^\circ$ und $\overline{AC} = 8,99 \text{ cm}$ in $\tan \alpha_2 = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}}$ ergibt:

$$\tan 25^\circ = \frac{\overline{CE}}{8,99} \quad | \cdot 8,99$$

$$\Leftrightarrow 8,99 \cdot \tan 25^\circ = \overline{CE}$$

$$\Leftrightarrow 4,19 = \overline{CE} \quad \text{bzw.} \quad \overline{CE} = 4,19 \text{ cm}$$

Berechnung der Strecke $\overline{BE}$:

Für die Strecke $\overline{BE}$ gilt (siehe Figur 4): $\overline{BE} = 12,9 \text{ cm} - \overline{AE}$

Die Strecke $\overline{AE}$ kann im Dreieck AEC mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden. Mit $\overline{AC} = 8,99 \text{ cm}$ und $\overline{CE} = 4,19 \text{ cm}$ (siehe oben) erhält man (siehe Figur 4):

$$\overline{AE}^2 = (4,19 \text{ cm})^2 + (8,99 \text{ cm})^2$$

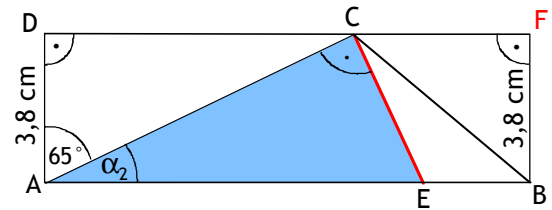
$$\Leftrightarrow \overline{AE}^2 = 98,38 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\Rightarrow \overline{AE} = 9,92 \text{ cm}$$

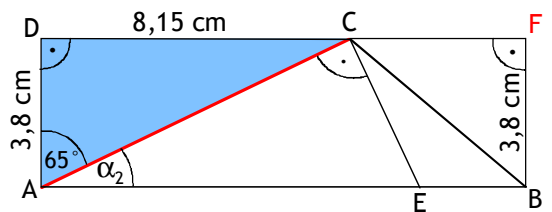
Für $\overline{BE} = 12,9 \text{ cm} - \overline{AE}$ folgt damit: $\overline{BE} = 2,98 \text{ cm}$

Einsetzen von $\overline{BC} = 6,08 \text{ cm}$, $\overline{CE} = 4,19 \text{ cm}$ und $\overline{BE} = 2,98 \text{ cm}$ in $u_{EBC} = \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{BE}$ ergibt schließlich:
 $u_{EBC} = 6,08 \text{ cm} + 4,19 \text{ cm} + 2,98 \text{ cm} = 13,25 \text{ cm}$

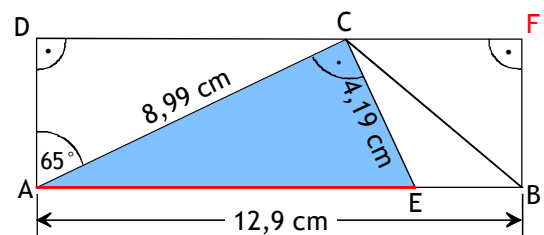
Ergebnis: Das Dreieck EBC hat den Umfang $u_{EBC} = 13,25 \text{ cm}$.



Figur 2



Figur 3



Figur 4

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W1



Aufgabe W1b:

Lösungsübersicht:

- Die vollständige **Funktionsgleichung der Parabel p_1** erhält man, indem man die Koordinaten des Punkts $C(2|7)$ in die Funktionsgleichung $y = 0,25x^2 + c$ einsetzt und dann nach c umstellt.
- Die **Funktionsgleichung der Parabel p_2** kann man bestimmen, indem man die Koordinaten der Punkte $A(0|-1)$ und $B(-1|2)$ in den allgemeinen Ansatz $y = x^2 + bx + c$ einsetzt und das resultierende Gleichungssystem nach den Variablen b und c löst.
- Um den **Flächeninhalt des Dreiecks S_2S_3C** zu bestimmen, sollte man eine Skizze dieses Dreiecks anfertigen (siehe Figur 1). Dazu benötigt man die Koordinaten der Scheitelpunkte S_2 und S_3 . Den Scheitelpunkt S_2 erhält man, indem man die Funktionsgleichung von p_2 mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung in eine Scheitelform umwandelt. Die Koordinaten des Scheitelpunkts S_3 kann man direkt an der Scheitelform $y = (x - 5)^2 - 2$ ablesen.
- Die **Lage des Punktes C_1** für den kleinsten Flächeninhalt des Dreiecks $S_2S_3C_1$ wird anhand eines Schaubilds ersichtlich (siehe Figur 2). Die Höhe und damit der Flächeninhalt des Dreiecks $S_2S_3C_1$ wird dann am kleinsten, wenn C_1 mit dem Scheitelpunkt S_1 zusammenfällt.

Die Funktionsgleichung der Parabel p_1 :

Einsetzen der Koordinaten von $C(2|7)$ in die Funktionsgleichung $y = 0,25x^2 + c$ ergibt:

$$7 = 0,25 \cdot 2^2 + c$$

$$\Leftrightarrow 7 = 0,25 \cdot 4 + c$$

$$\Leftrightarrow 7 = 1 + c \quad | -1$$

$$\Leftrightarrow 6 = c \quad \text{bzw.} \quad c = 6$$

Ergebnis: Die Funktionsgleichung von p_1 ist $y = 0,25x^2 + 6$.

Die Funktionsgleichung der Parabel p_2 :

Einsetzen der Koordinaten von $A(0|-1)$ und $B(-1|2)$ in die allgemeine Parabelgleichung $y = x^2 + bx + c$ ergibt das folgende Gleichungssystem:

Mit $A(0|-1)$: $-1 = 0^2 + b \cdot 0 + c \Leftrightarrow -1 = c$ bzw. $c = -1$ (I)

Mit $B(-1|2)$: $2 = (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \Leftrightarrow 2 = 1 - 1b + c$ (II)

Einsetzen von $c = -1$ in $2 = 1 - 1b + c$ ergibt:

$$2 = 1 - 1b + (-1)$$

$$\Leftrightarrow 2 = 1 - 1b - 1$$

$$\Leftrightarrow 2 = -1b \quad | :(-1)$$

$$\Leftrightarrow -2 = b \quad \text{bzw.} \quad b = -2$$

Damit ist die Funktionsgleichung von p_2 : $y = x^2 - 2x - 1$

Ergebnis: Die Funktionsgleichung von p_2 ist $y = x^2 - 2x - 1$.

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W1



Der Flächeninhalt des Dreiecks S_2S_3C :

Zur Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks S_2S_3C sollte man zunächst eine Skizze anfertigen. Dazu benötigt man die Koordinaten der Scheitelpunkte S_2 und S_3 .

→ Die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 :

Mit einer quadratischen Ergänzung der Funktionsgleichung $p_2: y = x^2 - 2x - 1$ erhält man die Scheitelform von p_2 :

$$y = x^2 - 2x + 1^2 - 1 - 1^2 \quad | \text{Anwenden der 2. binomischen Formel}$$

$$\Leftrightarrow y = (x - 1)^2 - 1 - 1$$

$$\Leftrightarrow y = (x - 1)^2 - 2$$

Der Scheitelpunkt der Parabel p_2 hat somit die Koordinaten $S_2(1 | -2)$.

→ Die Koordinaten des Scheitelpunkts S_3 :

Aus der Scheitelform von $p_3: y = (x - 5)^2 - 2$ folgt sofort: $S_3(5 | -2)$

Mit $C(2 | 7)$ kann man nun eine Skizze des Dreiecks S_2S_3C anfertigen (siehe Figur 1).

Für den Flächeninhalt des Dreiecks S_2S_3C gilt: $A_{S_2S_3C} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

- Die **Strecke g** = $\overline{S_2S_3}$ ist die Differenz der x-Koordinaten von $S_2(1 | -2)$ und $S_3(5 | -2)$, weil beide Punkte die gleiche y-Koordinate $y = -2$ haben. Man erhält (siehe Figur 1): **$g = 5 - 1 = 4 \text{ LE}$**
- Die **Höhe h** ist die Differenz der y-Koordinaten von $C(2 | 7)$ und $S_2(1 | -2)$ bzw. $S_3(5 | -2)$. Man erhält (siehe Figur 1):

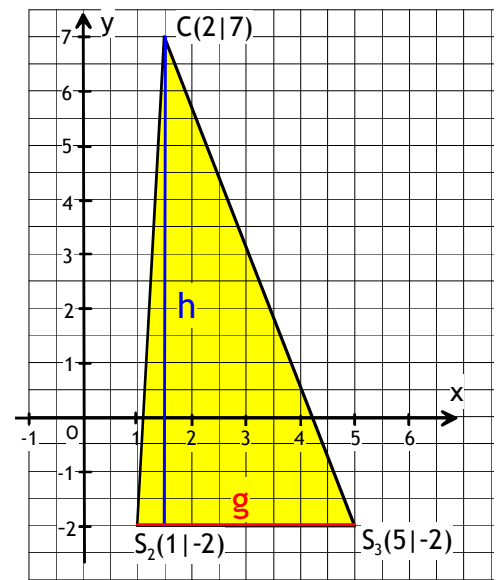
$$h = 7 - (-2) = 7 + 2 = 9 \text{ LE} \quad (\text{Hinweis: LE} = \text{Längeneinheiten})$$

Einsetzen von **$g = 4$** und **$h = 9$** in $A_{S_2S_3C} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$ ergibt:

$$A_{S_2S_3C} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9 = 18 \text{ FE} \quad (\text{Hinweis: FE} = \text{Flächeneinheiten})$$

Ergebnis:

Das Dreieck S_2S_3C hat den Flächeninhalt **$A_{S_2S_3C} = 18 \text{ FE}$** .



Figur 1

Der Punkt C_1 für den kleinsten Flächeninhalt von $S_2S_3C_1$:

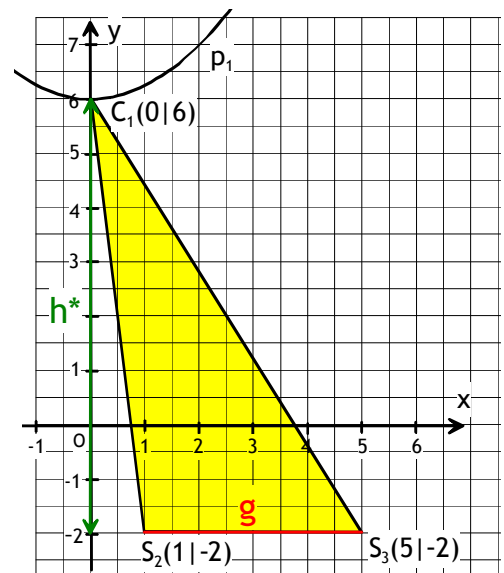
Der Flächeninhalt des Dreiecks $S_2S_3C_1$ wird dann am kleinsten, wenn die **Höhe h^*** am kleinsten wird. Das ist dann der Fall, wenn die y-Koordinate von C_1 am kleinsten wird (siehe Figur 2). Somit muss der Punkt C_1 mit dem Scheitelpunkt S_1 von p_1 zusammenfallen.

(Man beachte, dass die Höhe h^* des Dreiecks $S_2S_3C_1$ außerhalb des Dreiecks $S_2S_3C_1$ liegt.)

Der Scheitelpunkt S_1 von $p_1: y = 0,25x^2 + 6$ hat die Koordinaten $S_1(0 | 6)$. Somit ist $C_1(0 | 6)$.

Ergebnis:

Das Dreieck $S_2S_3C_1$ hat für **$C_1(0 | 6)$** den kleinsten Flächeninhalt.



Figur 2



Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W2

Aufgabe W2a:

Lösungsübersicht:

- Die **Funktionsgleichung der Parabel p_1** kann man bestimmen, indem man die Koordinaten der Punkte $A(0|6)$ und $B(4|-2)$ in den allgemeinen Ansatz $y = x^2 + bx + c$ einsetzt und das resultierende Gleichungssystem nach den Variablen b und c löst.
- Die **Funktionsgleichung der Geraden g** erhält man, indem man die Koordinaten der Punkte $A(0|6)$ und $B(4|-2)$ in den allgemeinen Ansatz $y = mx + c$ einsetzt und das resultierende Gleichungssystem nach den Variablen m und c löst. Alternativ kann man auch zuerst mit der Zwei-Punkte-Formel die Steigung m bestimmen und anschließend durch Einsetzen der Punktkoordinaten von A oder B in $y = mx + c$ den Wert von c berechnen.
- Die **Koordinaten des Scheitelpunkts S_2** erhält man, indem man die Funktionsgleichung von p_2 mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung in eine Scheitelform umwandelt. Die vollständige Funktionsgleichung von p_2 : $y = x^2 + bx + 37,5$ erhält man, indem man die Koordinaten von $C(5|2,5)$ in die Funktionsgleichung einsetzt und die resultierende Gleichung dann nach b auflöst.
- Die **Funktionsgleichung der Geraden h** erhält man, indem man zunächst mit der Bedingung $m_h \cdot m_g = -1$ die Steigung m_h der Geraden h bestimmt. Anschließend muss man die Koordinaten von S_2 in die Gleichung h : $y = m_h \cdot x + c$ einsetzen und dann nach c umstellen.
- Um die **Entfernung von S_2 zu D** berechnen zu können, benötigt man zunächst die Koordinaten des Punktes D . Die x -Koordinate von D berechnet man, indem man die Funktionsgleichungen von g und h gleichsetzt und nach x auflöst. Die y -Koordinate von D erhält man durch Einsetzen dieser x -Koordinate in die Funktionsgleichung von g oder h . Mit der Abstandsformel zwischen zwei Punkten kann man dann den gesuchten Abstand berechnen.

Die Funktionsgleichung der Parabel p_1 :

Einsetzen der Koordinaten von $A(0|6)$ und $B(4|-2)$ in die allgemeine Parabelgleichung $y = x^2 + bx + c$ ergibt das folgende Gleichungssystem:

$$\text{Mit } A(0|6): \quad 6 = 0^2 + b \cdot 0 + c \Leftrightarrow 6 = c \text{ bzw. } c = 6 \quad (\text{I})$$

$$\text{Mit } B(4|-2): \quad -2 = 4^2 + b \cdot 4 + c \Leftrightarrow -2 = 16 + 4b + c \quad (\text{II})$$

Einsetzen von $c = 6$ in $-2 = 16 + 4b + c$ ergibt:

$$-2 = 16 + 4b + 6$$

$$\Leftrightarrow -2 = 22 + 4b \quad | -22$$

$$\Leftrightarrow -24 = 4b \quad | :4$$

$$\Leftrightarrow -6 = b \text{ bzw. } b = -6$$

Damit ist die Funktionsgleichung von p_1 : $y = x^2 - 6x + 6$

Ergebnis: Die Funktionsgleichung von p_1 ist $y = x^2 - 6x + 6$.

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W2



Die Funktionsgleichung der Geraden g:

Einsetzen der Koordinaten von A(0|6) und B(4|-2) in die allgemeine Geradengleichung $y = m \cdot x + c$ ergibt das folgende Gleichungssystem:

Mit A(0|6): $6 = m \cdot 0 + c \Leftrightarrow 6 = c$ bzw. $c = 6$ (I)

Mit B(4|-2): $-2 = m \cdot 4 + c \Leftrightarrow -2 = 4m + c$ (II)

Einsetzen von $c = 6$ in die Gleichung (II) $-2 = 4m + c$ ergibt:

$$-2 = 4m + 6$$

$$\Leftrightarrow -2 = 4m + 6 \quad | -6$$

$$\Leftrightarrow -8 = 4m \quad | :4$$

$$\Leftrightarrow -2 = m \text{ bzw. } m = -2$$

Ergebnis: Die Gerade g hat die Funktionsgleichung $y = -2x + 6$.

Alternative Berechnung:

Man kann die Steigung der Geraden g auch zuerst mit den Punkten A(0|6) und B(4|-2) und der Formel

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ bestimmen. Man erhält mit $y_2 = -2$, $y_1 = 6$ und $x_2 = 4$ und $x_1 = 0$:

$$m = \frac{-2 - 6}{4 - 0} = \frac{-8}{4} = -2$$

Einsetzen der Koordinaten von A(0|6) in die unvollständige Gleichung $y = -2x + c$ ergibt:

$$6 = -2 \cdot 0 + c \Leftrightarrow 6 = c \text{ bzw. } c = 6$$

(Hinweis: Man hätte auch die Koordinaten von B(4|-2) in die Gleichung $y = -2x + c$ einsetzen können.)

Die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 von p_2 :

Zur Berechnung der Koordinaten von S_2 benötigt man zunächst die vollständige Funktionsgleichung von p_2 : $y = x^2 + bx + 37,5$.

→ Die Funktionsgleichung von p_2 :

Einsetzen der Koordinaten von C(5|2,5) in die Gleichung $y = x^2 + bx + 37,5$ ergibt:

$$2,5 = 5^2 + b \cdot 5 + 37,5$$

$$\Leftrightarrow 2,5 = 25 + 5b + 37,5$$

$$\Leftrightarrow 2,5 = 62,5 + 5b \quad | -62,5$$

$$\Leftrightarrow -60 = 5b \quad | :5$$

$$\Leftrightarrow -12 = b \text{ bzw. } b = -12$$

Damit ist $p_2: y = x^2 - 12x + 37,5$.

Die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 erhält man, indem man die Gleichung $p_2: y = x^2 - 12x + 37,5$ mit einer quadratischen Ergänzung in die Scheitelform umwandelt:

$$y = x^2 - 12x + 6^2 + 37,5 - 6^2 \quad | \text{Anwenden der zweiten binomischen Formel}$$

$$\Leftrightarrow y = (x - 6)^2 + 37,5 - 36$$

$$\Leftrightarrow y = (x - 6)^2 + 1,5$$

Damit ist $S_2(6|1,5)$.

Ergebnis: Der Scheitelpunkt der Parabel p_2 hat die Koordinaten $S_2(6|1,5)$.

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W2



Die Funktionsgleichung der Geraden h:

Weil die Gerade h senkrecht auf der Geraden g stehen soll, muss das Produkt der beiden Geradensteigungen m_h und m_g den Wert -1 ergeben. Es muss also gelten: $m_h \cdot m_g = -1$

Die Steigung m_g der Geraden g: $y = -2x + 6$ ist $m_g = -2$.

Einsetzen in die Gleichung $m_h \cdot m_g = -1$ ergibt:

$$m_h \cdot (-2) = -1 \quad | :(-2)$$

$$\Leftrightarrow m_h = \frac{1}{2} = 0,5$$

Damit lautet die unvollständige Funktionsgleichung von h: $y = 0,5x + c$.

Einsetzen der Koordinaten von $S_2(6 | 1,5)$ in $y = 0,5x + c$ ergibt:

$$1,5 = 0,5 \cdot 6 + c$$

$$\Leftrightarrow 1,5 = 3 + c \quad | -3$$

$$\Leftrightarrow -1,5 = c \text{ bzw. } c = -1,5$$

Damit ist h: $y = 0,5x - 1,5$.

Ergebnis: Die Funktionsgleichung der Geraden h ist $y = 0,5x - 1,5$.

Die Entfernung von S_2 zu D:

Zunächst muss man die Koordinaten des Schnittpunkts D zwischen den Geraden g und h berechnen. Gleichsetzen beider Funktionsgleichungen ergibt:

$$-2x + 6 = 0,5x - 1,5 \quad | -6 - 0,5x$$

$$\Leftrightarrow -2,5x = -7,5 \quad | :(-2,5)$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Einsetzen von $x = 3$ in die Funktionsgleichung von h: $y = 0,5x - 1,5$ ergibt:

$$y = 0,5 \cdot 3 - 1,5 = 0$$

Somit hat der Punkt D die Koordinaten **D(3 | 0)**.

Den Abstand d zwischen den Punkten $S_2(6 | 1,5)$ und D(3 | 0) kann man mit der Formel

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ berechnen (siehe Formelsammlung).}$$

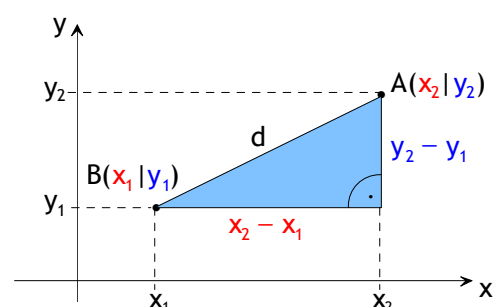
Mit $x_2 = 6$, $x_1 = 3$, $y_2 = 1,5$ und $y_1 = 0$ erhält man:

$$d = \overline{DS_2} = \sqrt{(6 - 3)^2 + (1,5 - 0)^2} = \sqrt{11,25} \approx 3,35 \text{ LE}$$

Ergebnis: Die Entfernung von S_2 zu D beträgt $\sqrt{11,25} \approx 3,35 \text{ LE}$.

Hinweis:

Die Abstandsformel $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ zwischen zwei Punkten ergibt sich mit dem Satz des Pythagoras (siehe Abbildung rechts).





Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W2

Aufgabe W2b:

Lösungsübersicht:

- Zur Berechnung des **Flächeninhalts des Manteldreiecks ABS** benötigt man dessen Höhe h_s (siehe Figur 1). Die Grundkante a ist bereits angegeben mit $a = 6,2 \text{ cm}$. Die Höhe h_s kann in dem rechtwinkligen Dreieck M_1MS mit dem Satz des Pythagoras berechnet werden, wenn man die Höhe h_a des Dreiecks ABM kennt (siehe Figur 2). Diese Höhe h_a kann in dem Dreieck AM_1M mit der Tangensfunktion berechnet werden (siehe Figur 3). Dazu muss man beachten, dass der Winkel $\angle AMB \text{ } 360^\circ : 8 = 45^\circ$ ist und von der Höhe h_a halbiert wird, weil das Dreieck ABM gleichschenkelig ist. Außerdem wird die Grundkante $a = 6,2 \text{ cm}$ von h_a halbiert (siehe Figur 3).
- Für die **Länge der Strecke $\overline{SC}$** gilt: $\overline{SC} = h - \overline{CM}$, mit $h = 14,4 \text{ cm}$. Die Strecke $\overline{CM}$ kann mit dem Satz des Pythagoras in dem rechtwinkligen Dreieck M_1MC berechnet werden, wenn man die Höhe h_c des Dreiecks ABC kennt (siehe Figur 4). Die Höhe h_c kann mit dem angegebenen Flächeninhalt des Dreiecks ABC berechnet werden (siehe Figur 5).

Der Flächeninhalt des Manteldreiecks ABS:

Für den Flächeninhalt des Manteldreiecks ABS gilt (siehe Figur 1):

$$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s. \text{ Mit } a = 6,2 \text{ cm folgt: } A_{ABS} = 3,1 \cdot h_s.$$

Die Höhe h_s kann mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck M_1MS berechnet werden (siehe Figur 2). Darin gilt: $h_s^2 = h_a^2 + h^2$

Mit $h = 14,4 \text{ cm}$ folgt: $h_s^2 = h_a^2 + 207,36 \text{ cm}^2$

→ Berechnung der Höhe h_a :

Die Höhe h_a kann in dem Dreieck AM_1M mit der Tangensfunktion berechnet werden (siehe Figur 3). Man beachte, dass der Winkel $\angle AMB \text{ } 360^\circ : 8 = 45^\circ$ ist und von der Höhe h_a halbiert wird. Außerdem wird die Grundkante $a = 6,2 \text{ cm}$ von der Höhe h_a halbiert, weil das Dreieck ABM gleichschenkelig ist.

Es gilt (siehe Figur 3): $\tan 22,5^\circ = \frac{0,5a}{h_a}$. Mit $0,5a = 3,1 \text{ cm}$ folgt:

$$\tan 22,5^\circ = \frac{3,1}{h_a} \quad | \cdot h_a$$

$$\Leftrightarrow h_a \cdot \tan 22,5^\circ = 3,1 \quad | : \tan 22,5^\circ$$

$$\Leftrightarrow h_a = \underline{7,48 \text{ cm}}$$

Einsetzen von $h_a = 7,48 \text{ cm}$ in $h_s^2 = h_a^2 + 207,36 \text{ cm}^2$ ergibt:

$$h_s^2 = (7,48 \text{ cm})^2 + 207,36 \text{ cm}^2$$

$$\Leftrightarrow h_s^2 = 55,95 \text{ cm}^2 + 207,36 \text{ cm}^2$$

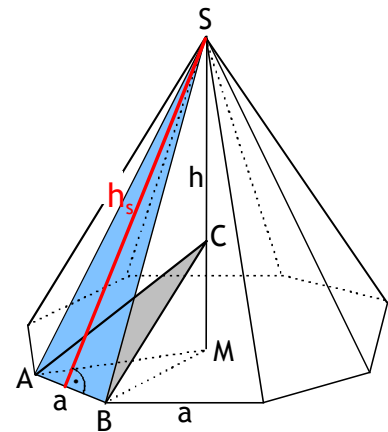
$$\Leftrightarrow h_s^2 = 263,31 \text{ cm}^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\Rightarrow h_s = \underline{16,23 \text{ cm}}$$

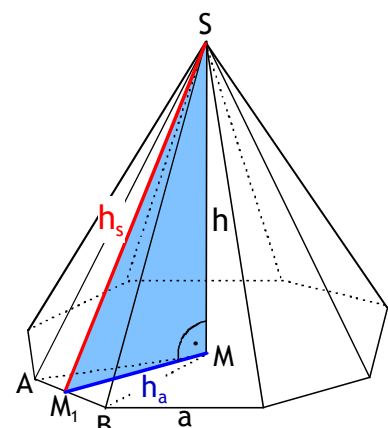
Einsetzen von $h_s = 16,23 \text{ cm}$ in $A_{ABS} = 3,1 \cdot h_s$ ergibt: $A_{ABS} = 50,3 \text{ cm}^2$

Ergebnis:

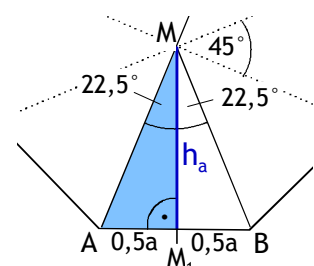
Das Manteldreieck ABS hat den Flächeninhalt $A_{ABS} = \underline{50,3 \text{ cm}^2}$.



Figur 1



Figur 2



Figur 3



Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W2

Die Länge der Strecke $\overline{SC}$:

Für die Länge der Strecke $\overline{SC}$ gilt (siehe Figur 4): $\overline{SC} = h - \overline{CM}$

Mit $h = 14,4 \text{ cm}$ folgt: $\overline{SC} = 14,4 \text{ cm} - \overline{CM}$

Die Strecke $\overline{CM}$ kann mit dem Satz des Pythagoras in dem rechtwinkligen Dreieck M_1MC berechnet werden (siehe Figur 4).

Darin gilt: $h_c^2 = h_a^2 + \overline{CM}^2$

(Hinweis: h_c ist die Höhe des Dreiecks ABC.)

Mit $h_a = 7,48 \text{ cm}$ (siehe oben) folgt: $h_c^2 = 55,95 \text{ cm}^2 + \overline{CM}^2$

→ Berechnung der Höhe h_c :

Die Höhe h_c kann mit dem angegebenen Flächeninhalt des grauen Dreiecks ABC berechnet werden. Es gilt (siehe Figur 5):

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_c$$

Mit $A_{ABC} = 27,9 \text{ cm}^2$ und $a = 6,2 \text{ cm}$ erhält man:

$$27,9 = 3,1 \cdot h_c \quad | : 3,1$$

$$\Leftrightarrow 9,0 = h_c \text{ bzw. } h_c = \underline{9,0 \text{ cm}}$$

Einsetzen von $h_c = 9,0 \text{ cm}$ in $h_c^2 = 55,95 \text{ cm}^2 + \overline{CM}^2$ ergibt:

$$81 \text{ cm}^2 = 55,95 \text{ cm}^2 + \overline{CM}^2 \quad | - 55,95 \text{ cm}^2$$

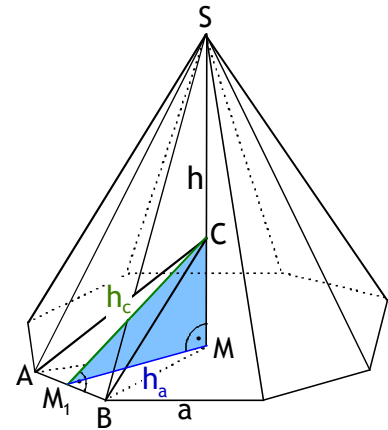
$$\Leftrightarrow 25,05 \text{ cm}^2 = \overline{CM}^2 \quad | \sqrt{}$$

$$\Rightarrow 5,0 \text{ cm} = \overline{CM} \text{ bzw. } \overline{CM} = \underline{5,0 \text{ cm}}$$

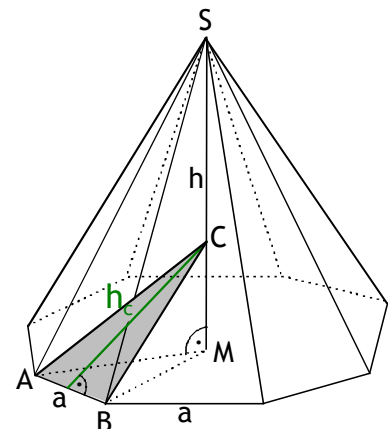
Für $\overline{SC} = 14,4 \text{ cm} - \overline{CM}$ folgt schließlich mit $\overline{CM} = 5,0 \text{ cm}$:

$$\overline{SC} = \underline{9,4 \text{ cm}}$$

Ergebnis: Die Länge der Strecke $\overline{SC}$ beträgt $\underline{\overline{SC} = 9,4 \text{ cm}}$.



Figur 4



Figur 5

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W3



Aufgabe W3a:

Lösungsübersicht:

- Die **Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei verschiedene Münzen“** sollte mit Hilfe des Gegenereignisses „**zwei gleiche Münzen**“ berechnet werden. Dessen Wahrscheinlichkeit kann mit der Produkt- und Summenregel berechnet werden. Man beachte dabei, dass das gleichzeitige Ziehen zweier Münzen einem zweimaligen Ziehen von jeweils einer Münze *ohne* Zurücklegen entspricht.
- Zur Berechnung des **Erwartungswerts** benötigt man die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse „zwei französische Münzen“, „zwei spanische Münzen“ und „zwei deutsche Münzen“. Diese Wahrscheinlichkeiten hat man bereits im ersten Aufgabenteil bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses „zwei gleiche Münzen“ berechnet. Wenn der Erwartungswert aus Sicht eines Spielers negativ ist, macht die Klasse 9c langfristig Gewinn.
- Den **neuen Gewinn** für das Ereignis „zwei französische Münzen“ muss man so wählen, dass der Erwartungswert aus Sicht eines Spielers bei $-0,20$ € liegt. Man berechnet diesen Wert, indem man ihn mit einer Variablen bezeichnet (zum Beispiel mit x) und die Gleichung für den Erwartungswert $E_{\text{neu}} = -0,20$ € nach dieser Variablen x auflöst.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „zwei verschiedene Münzen“:

Das gleichzeitige Ziehen zweier Münzen entspricht einem zweimaligen Ziehen von jeweils einer Münze ohne Zurücklegen. Insgesamt sind beim ersten Zug 20 Münzen in dem Behälter. Beim zweiten Zug sind es dann nur noch 19 Münzen, weil ohne Zurücklegen gezogen wird.

Die Wahrscheinlichkeit $P(\text{zwei verschiedene Münzen})$ sollte über das Gegenereignis „zwei gleiche Münzen“ berechnet werden, weil das Ereignis „zwei verschiedene Münzen“ aus sehr vielen Einzelereignissen besteht. Es gilt: $P(\text{zwei verschiedene Münzen}) = 1 - P(\text{zwei gleiche Münzen})$

Das Ereignis „zwei gleiche Münzen“ setzt sich aus den Ereignissen „zwei französische Münzen“, „zwei spanische Münzen“ und „zwei deutsche Münzen“ zusammen.

Die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse kann mit der Produktregel berechnet werden. Man erhält:

$$P(\text{zwei französische Münzen}) = \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{6}{380} = \frac{3}{190} ; \quad P(\text{zwei spanische Münzen}) = \frac{7}{20} \cdot \frac{6}{19} = \frac{42}{380} = \frac{21}{190}$$

$$P(\text{zwei deutsche Münzen}) = \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} = \frac{90}{380} = \frac{45}{190}$$

Wegen der Summenregel gilt:

$$P(\text{zwei gleiche Münzen}) = P(\text{zwei französische Münzen}) + P(\text{zwei spanische Münzen}) + P(\text{zwei deutsche Münzen})$$

Mit den obigen Werten erhält man:

$$P(\text{zwei gleiche Münzen}) = \frac{3}{190} + \frac{21}{190} + \frac{45}{190} = \frac{69}{190} \approx 36,3 \%$$

$$\text{Einsetzen von } P(\text{zwei gleiche Münzen}) = \frac{69}{190} \text{ in } P(\text{zwei verschiedene Münzen}) = 1 - P(\text{zwei gleiche Münzen})$$

$$\text{ergibt: } P(\text{zwei verschiedene Münzen}) = \frac{121}{190} \approx 63,7 \%$$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, zwei Münzen aus zwei verschiedenen Ländern zu ziehen, beträgt

$$P(\text{zwei verschiedene Münzen}) = \frac{121}{190} \approx 63,7 \%$$



Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W3

Berechnung des Erwartungswerts (aus Sicht eines Spielers):

Für den Erwartungswert E aus Sicht eines Spielers gilt:

$$E = P(\text{zwei französische M.}) \cdot 20 \text{ €} + P(\text{zwei spanische M.}) \cdot 5 \text{ €} + P(\text{zwei deutsche M.}) \cdot 2 \text{ €} - 1,50 \text{ €}$$

$$\text{Mit } P(\text{zwei französische Münzen}) = \frac{3}{190}; \quad P(\text{zwei spanische Münzen}) = \frac{21}{190} \quad \text{und} \quad P(\text{zwei deutsche Münzen}) = \frac{45}{190}$$

erhält man:

$$E = \frac{3}{190} \cdot 20 \text{ €} + \frac{21}{190} \cdot 5 \text{ €} + \frac{45}{190} \cdot 2 \text{ €} - 1,50 \text{ €} = \frac{255}{190} \text{ €} - 1,50 \text{ €} = -0,16 \text{ €}$$

Weil der Erwartungswert aus Sicht eines Spielers negativ ist, macht die Klasse 9c auf lange Sicht Gewinn.

Ergebnis: Der Erwartungswert ist $E = -0,16 \text{ €}$. Die Klasse 9c macht daher auf lange Sicht Gewinn.

Der Gewinn für „zwei französische Münzen“ bei dem neuen Erwartungswert $E_{\text{neu}} = -0,20 \text{ €}$:

Wenn die Klasse 9c langfristig pro Spiel 20 Cent = 0,20 € gewinnen will, muss der neue Erwartungswert $E_{\text{neu}} = -0,20 \text{ €}$ sein. Es muss also gelten:

$$E_{\text{neu}} = \frac{3}{190} \cdot x + \frac{21}{190} \cdot 5 \text{ €} + \frac{45}{190} \cdot 2 \text{ €} - 1,50 \text{ €} = -0,20 \text{ €}$$

Darin steht die Variable x für den neuen Gewinn des Ereignisses „zwei französische Münzen“.

Auflösen der Gleichung nach x ergibt:

$$\frac{3}{190} \cdot x + \frac{21}{190} \cdot 5 \text{ €} + \frac{45}{190} \cdot 2 \text{ €} - 1,50 \text{ €} = -0,20 \text{ €} \quad | \cdot 190$$

Hinweis: Man beachte, dass man *jeden* Summand mit 190 multiplizieren muss und dass bei den Brüchen dadurch der Nenner „190“ wegfällt.

$$\Leftrightarrow 3 \cdot x + 21 \cdot 5 \text{ €} + 45 \cdot 2 \text{ €} - 1,50 \text{ €} \cdot 190 = -0,20 \text{ €} \cdot 190$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot x + 105 \text{ €} + 90 \text{ €} - 285 \text{ €} = -38 \text{ €}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot x - 90 \text{ €} = -38 \text{ €} \quad | + 90 \text{ €}$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot x = 52 \text{ €} \quad | : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 17,33 \text{ €}$$

Ergebnis:

Der Gewinn für das Ereignis „zwei französische Münzen“ muss 17,33 € betragen, wenn die Klasse 9c langfristig 20 Cent Gewinn machen will.



Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W3

Aufgabe W3b:

Lösungsübersicht:

- Um den oberen Brückenbogen mit einer **Funktionsgleichung** $y = ax^2 + c$ beschreiben zu können, muss man das Koordinatensystem so wählen, dass die y-Achse die Symmetrieachse des Bogens ist. Die x-Achse sollte auf Höhe der beiden Betonsockel liegen (siehe Figur 1). Der Wert für c ist dann der Abstand des Scheitelpunkts des oberen Bogens zu der Horizontalen der Betonsockel. Den Wert für a erhält man, indem die Koordinaten eines Punktes der Parabel in die Gleichung $y = ax^2 + c$ einsetzt. Die Koordinaten eines solchen Punktes ergeben sich aus der Spannweite des Bogens auf Höhe der beiden Betonsockel (siehe Figur 1 und 2).
- Der **Abstand zwischen den höchsten Punkten** der beiden Brückenbögen ist der Abstand ihrer Scheitelpunkte (siehe Figur 3). Um die Koordinaten des Scheitelpunkts des unteren Brückenbogens angeben zu können, benötigt man die Funktionsgleichung des unteren Brückenbogens. Laut Aufgabenstellung ist die unvollständige Funktionsgleichung des unteren Brückenbogens $y = -0,01x^2 + c$. Den Wert für c erhält man, indem man die Koordinaten eines Punktes der Parabel in die Gleichung $y = -0,01x^2 + c$ einsetzt. Die Koordinaten eines solchen Punktes wurden bereits im ersten Aufgabenteil bestimmt (siehe Figur 2 und 3).

Die Funktionsgleichung des oberen Brückenbogens:

Zunächst muss man ein geeignetes Koordinatensystem in die Abbildung der Brückenbögen legen. Darin muss die y-Achse durch die Scheitelpunkte der Bögen gehen. Die x-Achse sollte auf Höhe der Betonsockel liegen (siehe Figur 1).

In diesem Koordinatensystem hat der Scheitelpunkt des oberen Brückenbogens die Koordinaten $S_0(0 | 75)$. (Hinweis: $75 \text{ m} = 122 \text{ m} - 47 \text{ m}$)

Die Aufsetzpunkte auf den Betonsockeln haben die Koordinaten $A(-82,5 | 0)$ und $B(82,5 | 0)$.

(Hinweis: $165 \text{ m} : 2 = 82,5 \text{ m}$)

Die Parabel des oberen Brückenbogens ist in Figur 2 abgebildet. Deren Funktionsgleichung kann mit $y = ax^2 + c$ beschrieben werden.

Mit den Koordinaten von $S_0(0 | 75)$ erhält man sofort den c-Wert **$c = 75$** .

Die unvollständige Parabelgleichung lautet somit: **$y = ax^2 + 75$**

Den fehlenden a-Wert kann man nun mit Hilfe einer der beiden Nullstellen A oder B berechnen.

Einsetzen der Koordinaten von $B(82,5 | 0)$ in die Gleichung **$y = ax^2 + 75$** ergibt:

$$0 = a \cdot 82,5^2 + 75$$

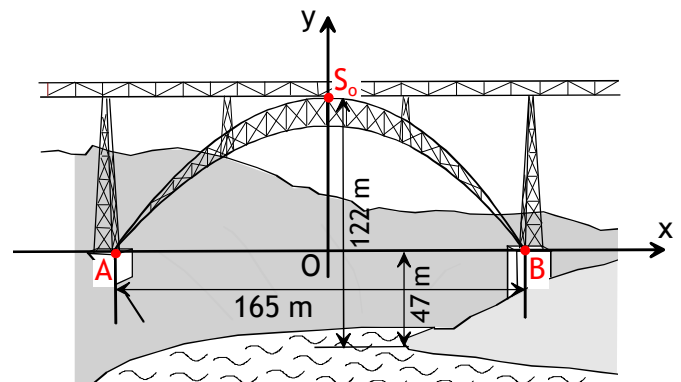
$$\Leftrightarrow 0 = a \cdot 6806,25 + 75 \quad | -75$$

$$\Leftrightarrow -75 = a \cdot 6806,25 \quad | : 6806,25$$

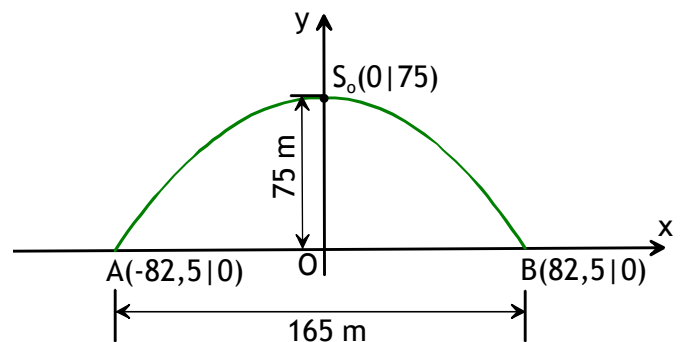
$$\Leftrightarrow -0,011 = a \text{ bzw. } \underline{a = -0,011}$$

Ergebnis: Eine mögliche Funktionsgleichung für den oberen Brückenbogen ist **$y = -0,011x^2 + 75$** .

(Hinweis: Man hätte auch die Koordinaten von $A(-82,5 | 0)$ in $y = ax^2 + 75$ einsetzen können.)



Figur 1



Figur 2:

Die Parabel des oberen Brückenbogens

Lösungen zur Prüfung 2025: Wahlbereich - Aufgabe W3



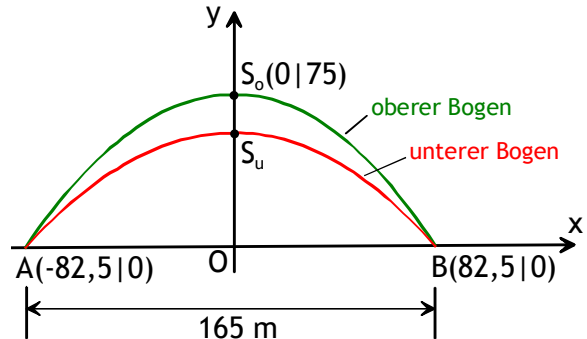
Der Abstand zwischen den höchsten Punkten der beiden Brückenbögen:

Die höchsten Punkte der beiden Brückenbögen sind die Scheitelpunkte der zugehörigen Parabeln. Zur Berechnung des Abstands der Scheitelpunkte der beiden Bögen benötigt man noch die Koordinaten des Scheitelpunkts S_u des unteren Brückenbogens. Diese Koordinaten können an der Funktionsgleichung des unteren Brückenbogens abgelesen werden.

→ Die Funktionsgleichung für den unteren Bogen:

Laut Aufgabenstellung ist die Funktionsgleichung des unteren Bogens: $y = -\frac{1}{100}x^2 + c = -0,01x^2 + c$

Den fehlenden c-Wert kann man mit Hilfe einer der beiden Nullstellen $A(-82,5|0)$ oder $B(82,5|0)$ berechnen (siehe Figur 3).



Figur 3:
Die Parabeln der beiden Brückenbögen

Einsetzen der Koordinaten von $B(82,5|0)$ in die Gleichung $y = -0,01x^2 + c$ ergibt:

$$0 = -0,01 \cdot 82,5^2 + c$$

$$\Leftrightarrow 0 = -68,06 + c \quad | +68,06$$

$$\Leftrightarrow 68,06 = c \quad \text{bzw.} \quad \underline{c = 68,06}$$

(Hinweis: Man hätte auch die Koordinaten von $A(-82,5|0)$ in die Gleichung $y = -0,01x^2 + c$ einsetzen können.)

Somit ist die Gleichung für den unteren Bogen $y = -\frac{1}{100}x^2 + 68,06$. Die Koordinaten des zugehörigen Scheitelpunkts sind $S_u(0|68,06)$.

Für den Abstand d zwischen $S_o(0|75)$ und $S_u(0|68,06)$ folgt damit:

$$d = 75 \text{ m} - 68,06 \text{ m} = \underline{6,94 \text{ m}}$$

Ergebnis:

Der Abstand zwischen den höchsten Punkten der beiden Brückenbögen beträgt 6,94 m.