
Inhalt der Lösungen zur Musterprüfung 4:



Teil A₁ und A₂ - Pflichtteil:

Pflichtteil A1	2
Pflichtteil A2	5

Teil B - Wahlteil:

Aufgabe W1a	11
Aufgabe W1b	13
Aufgabe W2a	14
Aufgabe W2b	16
Aufgabe W3a	18
Aufgabe W3b	19

Musterseiten



Lösungen zur Musterprüfung 4: Teil A1

Teil A1 - Aufgabe 1:

$$\text{Es gilt: } \frac{\sqrt{125a^2}}{\sqrt{10}} = \frac{a \cdot \sqrt{125}}{\sqrt{10}} = a \cdot \sqrt{\frac{125}{10}} = a \cdot \sqrt{\frac{25}{2}} = 5a \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} = 5a \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = 5a \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(Hinweis: Kürzen von $\frac{125}{10}$ mit 5 ergibt $\frac{25}{2}$.)

$$\text{Rationalmachen des Nenners in } \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ergibt: } 5a \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 5a \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 5a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2} a \sqrt{2}$$

Was zu zeigen war.

Teil A1 - Aufgabe 2:

Anzahl der Streichhölzer für 5 Quadrate:

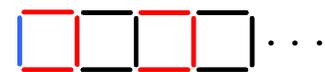
Die Anzahl der Streichhölzer für 5 Quadrate kann leicht durch Abzählen bestimmt werden. Man erhält: **16 Streichhölzer**



Figur 1

Der Term für die Anzahl der Streichhölzer für n Quadrate:

Zunächst lege man in Gedanken nur **ein Streichholz** hin; siehe blauer Strich in nebenstehender Zeichnung. Für jedes Quadrat, das man dann an das erste Streichholz anfügen will, benötigt man 3 Streichhölzer. Diese Streichhölzer sind abwechselnd rot und schwarz gekennzeichnet.



Figur 2

Somit gilt für die Anzahl Z_n für n Quadrate: **$Z_n = 1 + 3n$**

(Hinweis: Für $n = 5$ erhält man das obige Ergebnis: $Z_5 = 1 + 15 = 16$)

Teil A1 - Aufgabe 3:

Berechnung der Längen a, \overline{RM} und h:

• Die Länge a kann in der Strahlensatzfigur (siehe Figur 3) mit dem zweiten Strahlensatz berechnet werden. Darin gilt:

$$\frac{a}{1,5} = \frac{6,0 + 2,0}{2,0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{1,5} = \frac{8,0}{2,0}$$

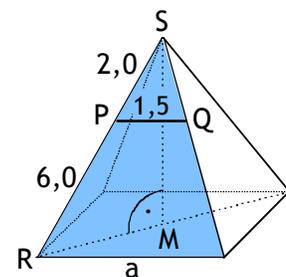
$$\Leftrightarrow \frac{a}{1,5} = 4 \quad | \cdot 1,5$$

$$\Leftrightarrow a = 6,0 \text{ cm}$$

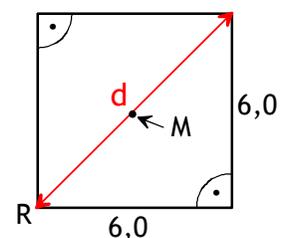
• Die Strecke \overline{RM} ist die Hälfte der **Diagonale d** der quadratischen Grundfläche mit der Seitenlänge $a = 6,0 \text{ cm}$ (siehe Figur 4).

Mit der Formel $d = a\sqrt{2}$ erhält man: $d = 6\sqrt{2}$

Aus $\overline{RM} = 0,5d$ folgt: $\overline{RM} = 3\sqrt{2}$



Figur 3



Figur 4

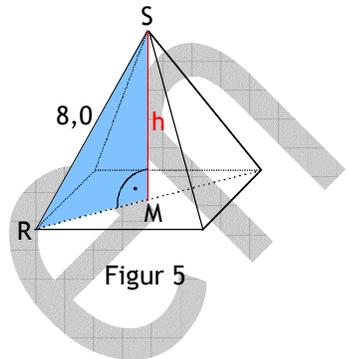


Lösungen zur Musterprüfung 4: Teil A1

- Die Pyramidenhöhe h kann mit dem Satz des Pythagoras in dem markierten Dreieck der Figur 5 berechnet werden. Darin gilt: $\overline{RM}^2 + h^2 = 8,0^2$

Mit $\overline{RM} = 3\sqrt{2}$ folgt:

$$\begin{aligned} (3\sqrt{2})^2 + h^2 &= 8,0^2 \\ \Leftrightarrow 9 \cdot 2 + h^2 &= 64 \\ \Leftrightarrow 18 + h^2 &= 64 \quad | -18 \\ \Leftrightarrow h^2 &= 46 \quad | \sqrt{} \\ \Rightarrow h &= \sqrt{46} \end{aligned}$$



Teil A1 - Aufgabe 4:

Die Wahrscheinlichkeit, dass jede Position des Reißnagels einmal vorkommt:

Die beiden Ausgänge, die zu dem Ereignis E „Jede Position kommt einmal vor.“ gehören, sind (A; B) und (B; A). Darin bedeutet „(A; B)“, dass der Reißnagel zuerst seitlich (A) landet und dann beim zweiten Wurf auf der runden Fläche (B). Beim Ausgang „(B; A)“ ist es gerade umgekehrt.

Mit der Produktregel erhält man: $P(A; B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$ und $P(B; A) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$

Mit der Summenregel erhält man für die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E:

$$P(E) = P(A; B) + P(B; A) = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

Ergebnis: Die Wahrscheinlichkeit, dass beim zweimaligen Werfen des Reißnagels jede Position einmal vorkommt, ist $P(E) = \frac{4}{9}$.

Teil A1 - Aufgabe 5:

Der Nachweis, dass das Dreieck OPQ rechtwinklig ist:

Wenn das Dreieck OPQ rechtwinklig sein soll mit $\alpha = 90^\circ$, muss der Satz des Pythagoras gelten (siehe Figur 5): $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{OP}^2$

Die Strecke \overline{OP} ist $\overline{OP} = 5$.

Die Strecken \overline{OQ} und \overline{PQ} können mit dem Satz des Pythagoras jeweils in den Dreiecken ORQ und RPQ berechnet werden (siehe Figur 5). Man erhält:

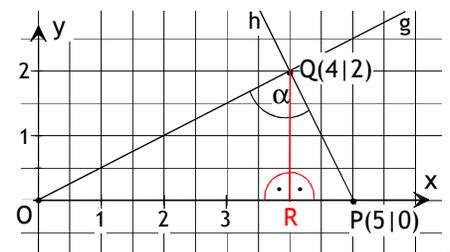
$$\overline{OQ}^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow \overline{OQ} = \sqrt{20}$$

$$\overline{PQ}^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow \overline{PQ} = \sqrt{5}$$

Einsetzen von $\overline{OQ} = \sqrt{20}$, $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ und $\overline{OP} = 5$ in $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = \overline{OP}^2$ ergibt:

$$\sqrt{20}^2 + \sqrt{5}^2 = 5^2 \Leftrightarrow 20 + 5 = 25$$

Das ist eine wahre Aussage. Somit gilt im Dreieck OPQ der Satz des Pythagoras. Das Dreieck OPQ ist also rechtwinklig mit $\alpha = 90^\circ$. **Was zu zeigen war.**



Figur 5



Lösungen zur Musterprüfung 4: Teil A1

Teil A1 - Aufgabe 6:

Der Flächeninhalt des Trapezes ABCD:

Um den Flächeninhalt des gleichschenkligen Trapezes ABCD zu berechnen, sollte man zuerst die Höhe h auch von der Ecke C aus auf die Grundseite AB einzeichnen (siehe Figur 8). Das Trapez besteht dann aus dem Rechteck EFCD und den beiden kongruenten Dreiecken AED und FBC.

Aus $\overline{AE} + 8,0 \text{ cm} + \overline{FB} = 12,0 \text{ cm}$ und $\overline{AE} = \overline{FB}$ folgt:

$$\overline{AE} = 2,0 \text{ cm} \text{ und } \overline{FB} = 2,0 \text{ cm}$$

(Hinweis: $\overline{AE} = \overline{FB}$ gilt deshalb, weil das Trapez ABCD gleichschenkelig ist.)

Damit erhält man folgende Flächeninhalte:

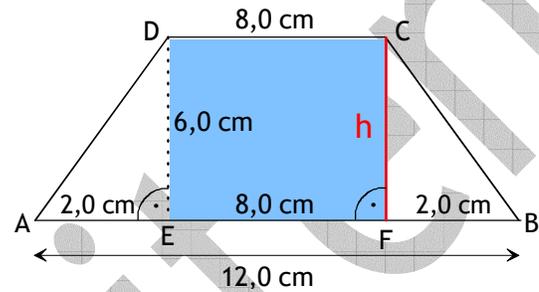
$$A_{AED} = \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 6,0 = 6,0 \text{ cm}^2 \text{ und } A_{FBC} = \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 6,0 = 6,0 \text{ cm}^2;$$

$$A_{EFCD} = 8,0 \cdot 6,0 = 48,0 \text{ cm}^2$$

Das Trapez ABCD hat somit den Flächeninhalt:

$$A_{ABCD} = 6,0 \text{ cm}^2 + 48,0 \text{ cm}^2 + 6,0 \text{ cm}^2 = 60,0 \text{ cm}^2$$

Ergebnis: Das Trapez ABCD hat den Flächeninhalt $A_{ABCD} = 60,0 \text{ cm}^2$.



Figur 8